BAC **1999**

SERIES: MTE-TSEco-STG

Exercice 1 :

1-/ Calculer les intégrales suivants

a) $\int_{-1}^{2} \frac{3x^2+2x}{\left(x^3+x^2+8\right)^2} dx$; b) $\int_{3}^{4} \frac{1}{\sqrt{2x+5}} dx$

c) $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \cos(2x-\frac{\pi}{3}) dx$; d) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} 5\sin(3x+\frac{\pi}{4}) dx$

2-/ a) Calculer en effectuant deux intégrations par parties successives ;

$$F(x)=\int_{0}^{x} t^2 \cos t \, dt$$

b) Calculer le réel x solution de l'équation : $e^x - 2 = 0$.

Exercice 2 :

1-/ Simplifier l'écriture de chacun des nombres :

$A=\ln\sqrt{3456}+\ln 36-\ln\left(\frac{81}{256}\right)+\ln\sqrt{108}$;

$B=\ln\left(\frac{5625}{128}\right)+\frac{3}{2}\ln\sqrt{30}-3\ln\frac{1}{\sqrt[3]{1600}}$;

2-/ a) Soit $U(x)=\frac{2x+1}{4x-3}$. Donner le signe de U(x) et calculer U'(x).

b) En déduire l'ensemble de définition de la fonction f telle que :

$f(x)=\ln\left(\frac{2x+1}{4x-3}\right)$. Dériver f(x).

c) Résoudre le système , $x \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} 2x+1 \succ 0 \\ 4x-3 \succ 0 \end{cases}$.

En déduire l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x)=\ln(2x+1)-\ln(4x-3)$. Dériver g(x).

d) sur quel ensemble a-t-on f(x) = g(x) ?

3-/ Résoudre

a) L'équation $x \in \mathbb{R}$, 2ln(x-1) + ln(6x+9) = 2ln(2x+3)

b) L'inéquation $x \in \mathbb{R}$, 2ln(x-1) + ln(6x+9) $\leq$ 2ln(2x+3)

c) L'inéquation $x \in \mathbb{R}$, $2e^{2x} - e^x - 3 \geq 0$

Problème

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur l'intervalle

I = [1 ; 4] par : $f(x) = \ln x + \ln(4 - x)$.

Soit (𝒞) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé d'unité graphique 2cm.

1) Vérifier que sur I, $f'(x) = \dfrac{2(2-x)}{x(4-x)}$..
2) Déterminer la limite de f en 4. Que peut-on en déduire pour la droite (d) d'équation x = 4 ?
3) Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle I = [1; 4].
4) Tracer (𝒞) et (d).
5) a°) Résoudre sur I l'équation f(x) = 0.

   b°) En déduire l'abscisse du point d'intersection de (𝒞) avec l'axe des abscisses ; on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.
6) Soit F la fonction définie sur **I** par : F(x) = (x – 4)ln(4 – x) + xlnx – 2x.

   a°) Vérifier que F est une primitive de f sur I ;

   b°) En déduire la valeur exacte en cm^2, de l'aire A de la partie du plan délimitée par (𝒞), l'axe (ox) et les droites d'équations x = 1 et x = 2.

   En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.