

EXERCICE 1 (6pts)

1°/ Compléter le tableau suivant : (3pts)

Nombre complexe	Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme Exponentielle
Z_A			$4e^{i\frac{\pi}{2}}$
Z_B		$4(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$	
Z_C	$2\sqrt{3} - 2i$		

2°/ Placer les points A, B et C d'affixes respectives les nombres complexes Z_A , Z_B et Z_C dans un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ (1pt)

3°/ Calculer les affixes Z et Z' des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} sous forme algébrique puis exponentielle. (1,5pt)

4°/ Montrer que $z' = \sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{2}} z$ (0,5pt)

EXERCICE 2 (4pts)

A-// Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t , exprimé en heures, peut être considéré comme une fonction numérique y à variable réelle t . La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre de microbes est la dérivée y' de cette fonction. On a constaté que : $y'(t) = ky(t)$ où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$

1°/ Déterminer l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ky$ telle que $y(0) = N$ (1pt)

2°/ Sachant qu'au bout de deux heures le nombre de microbes a quadruplé, calculer en fonction de N le nombre de microbes au bout de trois heures. (1pt)

3°/ Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 6400 microbes au bout de cinq heures ? (0,5pt)

B// Un lot de vaccin contre le choléra est efficace à 55%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées 55 seulement sont sûres d'être protégées contre la maladie. On vaccine 10 personnes avec ce produit. Quelle est la probabilité pour que :

- a) aucune des personnes ne soit protégée ? (0,5pt)
- b) La moitié des personnes soit protégée ? (0,5pt)
- c) Les 10 personnes soient protégées ? (0,5pt)

PROBLÈME(10pts)

On étudie l'évolution d'une colonie de bactéries placée dans une Petrie. Le nombre de bactéries en centaines est modélisé par la fonction f définie sur

l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = \frac{4e^t - 1}{e^t + 2}$ où t représente le temps en heures. On

suppose que l'on peut compter le nombre de bactéries à l'unité près grâce à un compteur de radioactivité.

1°/ a) Calculer $f(0)$ et interpréter ce résultat. (1pt)

b) Montrer que $f(t) = 4 - \frac{9}{e^t + 2}$. En déduire la limite de f en $+\infty$ (1pt)

On appelle cette valeur la saturation. Que peut-on en conclure pour la courbe (\mathcal{C}) de f ? (0,5pt)

c) L'équation $f(t) = 4$ admet-elle des solutions ? Justifier la réponse. (0,5pt)

2°/ Montrer que la dérivée f' de f vérifie $f'(t) = \frac{9e^t}{(e^t + 2)^2}$. En déduire le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$ (1pt)

3°/ Soit (T) la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe (\mathcal{C}). Déterminer l'équation de (T). (1pt)

4°/ Recopier et compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à 10^{-2} près (1,5pt)

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(t)$								

5°/ Tracer (\mathcal{C}), (T) ainsi que toutes les asymptotes éventuelles à (\mathcal{C}). (2pts)

6°/ Calculer à la minute près l'instant t_0 où le nombre de bactéries sera égal à 200 (0,5pt)

7°/ Déterminer graphiquement au bout de combien de temps, la population de cette colonie dépassera 80% de sa saturation. (1pt)