BAC 2012

SÉRIES : *SBT* / TSExp

Exercice 1 ---------- [*4 points*]

On pose $a = \sqrt{3} - i;\ b = -\sqrt{3} - i;\ c = \dfrac{a^2}{b^3}$

1°/ Donner le module et un argument de c **(*2pts*)**

2°/ Donner la forme trigonométrique de $t = ab$ **(*2pts*)**

Exercice 2 ---------- [*4 points*]

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère le polynôme d'inconnue z : $P(z) = z^3 - 4iz^2 - 6z + 4i$.

1°/ Calculer $P(2i)$ **(*0,5pt*)**

2°/ Déterminer les complexes a et b tels que pour tout complexe z on ait :

$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b)$ **(*1,5pt*)**

3°/ a-) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. On désigne par z_1 la solution imaginaire pure et par z_2 et z_3 les deux autres solutions. **(*1,5pt*)**

b-) Comparer z_1 et $z_2 + z_3$ **(*0,5pt*)**

Problème ---------- [*12 points*]

A// 1°/ Résoudre l'équation différentielle : $4y'' + y = 0$. **(*1,5pt*)**

2°/ Déterminer la solution particulière f dont la courbe représentative ($\mathscr{C}$) passe par le point $\Omega(0\,;\,1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. **(*1,5pt*)**

B// 1°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a-) Etudier les variations de la fonction g. **(*1pt*)**

b-) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. **(*0,5pt*)**

TSVP ☛

2°/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) (unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy))

a-) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ ***(0,5pt)***

b-) Démontrer que la droite (Δ) : $y = x + 2$ est asymptote à ($\mathscr{C}$) en $+\infty$. ***(0,5pt)***

c-) Etudier la position de ($\mathscr{C}$) et (Δ) ***(0,5pt)***

d-) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau des variations de f ***(2,5pts)***

e-) Tracer ($\mathscr{C}$) et (Δ). ***(2pts)***

3°/ Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + 2x - \dfrac{1}{2}(x + \dfrac{1}{2})e^{-2x}$

a-) Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. ***(0,5pt)***

b-) Calculer en cm^2 l'aire $A(D)$ de la partie D du plan limitée par ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ ***(0,5pt)***

Exercice 1 ---------- [4 *points*]

Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels.

1°/ Déterminer les constantes réelles a, b, c sachant que la parabole d'équation $y = f(x)$ passe par les points O (0 ; 0) et A (1 ; –2) et admet en A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°/ On donne la parabole P d'équation $g(x) = 2x^2 - 4x$ et la droite D d'équation $y = 2x$.

a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de D et P

b) Tracer dans le même repère orthonormé le droite D et la parabole P

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par D et P

Exercice 2 ---------- [6 *points*]

Dans l'ensemble C des nombres complexes on donne l'équation d'inconnue complexe z (E) : $z^3 - (3 + 2i)\,z^2 + (1 + 5i)z + 2 - 2i = 0$.

1°/ Résoudre l'équation (E) sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure z_0 et une solution réelle z_2. On désigne par z_1 la 3$^{\text{ème}}$ solution.

2°/ Ecrire z_0 et z_1 sous forme trigonométrique.

3°/ Vérifiez que z_0, z_1 et z_2 sont dans cet ordre les trois premiers termes consécutifs d'une suite géométrique complexe (U_n) dont on précisera la raison.

4°/ Ecrire U_4 et U_7 sous forme trigonométrique

Problème ---------- [10 *points*]

Partie A

A l'instant $t = 0$ on injecte dans le sang d'un patient une dose de 3*ml* d'un médicament. On veut étudier le processus d'élimination du produit au cours des douze heures suivant l'injection. La quantité de médicament présente dans le sang en *ml* en fonction du temps t en heures est $f(t)$, où f est définie sur [0 ; 12] par $f(t) = 3e^{-0,1t}$.

1°/ Déterminez $f'(t)$ et justifier que pour tout $t \in [0\,;\,12]$, $f'(t) < 0$.

2°/ Dressez le tableau de variation de f sur [0 ; 12].

3°/ Calculez $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$; $f(6)$ et $f(8)$. Que représente chacune de ces valeurs ?

4°/ Tracez la courbe représentative de *f* dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques (1cm sur (Ox) et 4 cm sur (Oy)).

Partie B

Le médicament est inefficace lorsque la quantité contenue dans le sang est inférieure à 1,25*ml*, ainsi on procède à une seconde injection

1°/ Au bout de combien de temps on procèdera à la seconde injection ?
(On déterminera ce temps graphiquement et par calcul).

2°/ On rappelle que le seuil de toxicité du médicament est de 4,5*ml*.
Le patient court –il un risque d'intoxication par le médicament à la seconde injection ?