
SESSION DE JUIN 1988

SÉRIES : S.E.T- M.T.I - M.T.G.C **EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES**

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

- *Le candidat traitera les deux exercices et le problème.*
- *Les exercices et le problème sont indépendants les uns des autres.*
- *L'usage de la calculatrice électronique(y compris celle programmable) est autorisé.*
- *Les représentations graphiques se feront sur du papier millimétré (fourni).*
- *La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour part importante dans l'appréciation des copies.*

Exercice 1 (4 points)

Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), on considère la transformation T qui, à tout point M d'affixe z, associe le point M' d'affixe z' défini par : $z' = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{i}{4}\right)z + \frac{5-\sqrt{3}}{4} + i\frac{3-\sqrt{3}}{4}$

1°/ Montrer que T est une similitude directe dont on précisera le centre Ω, le rapport et une mesure de l'angle.

2°/ Déterminer l'ensemble des points M dont les images par T sont les points de l'axes (O ; $\vec{u}$).

3°/ On définit une suite de points de la manière suivante: A_0 = O et, pour tout entier naturel n, $A_{n+1} = T(A_n)$.

Montrer que la suite de terme général $U_n = \left\|\overrightarrow{\Omega A_n}\right\|$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. Quelle est la limite de cette suite (U_n) ?

Exercice 2 : **(6 points)**

Soit (E) l'équation différentielle : $y'' - 5y' + 6y = 0$.

1° Déterminer la solution f de (E) qui vérifie : $f(0) = 3$ et $f'(0) = 5$

2° a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $X^3 - 4X^2 + 3 = 0$.

b)En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 3$.

3° Etudier les variations de f sur l'intervalle $[-\frac{3}{2} ; \frac{3}{2}]$. Dresser un tableau des valeurs numériques à 10^{-2} près par défaut données par la calculatrice, de $f(x)$ pour les valeurs suivantes de x : $-\frac{3}{2}$; -1 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ;1 ; 1,1 ; 1,2 ; 1, 3 ; 1,4 ; 1,5.

Tracer la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthogonal $(O ; \vec{i};\vec{j})$ avec 5cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées.

Problème : (10 points)

A/ Soit f la fonction numérique à variable réelle t définie par $f(t) = \frac{1}{t(t+1)^2}$.

1° Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

2° Déterminer les réels a, b, c tels que, quel que soit le réel t appartenant à l'ensemble de définition de f : $f(t) = \frac{a}{(t+1)^2} + \frac{b}{t+1} + \frac{c}{t}$.

Montrer l'existence du réel $A(x , y) = \int_x^y f(t)dt$ pour tous x et y tels que :

$$0 < x < y.$$

Donner une interprétation de ce réel et le calculer.

B/ Soit g la fonction numérique de la variable réelle t définie par :

$$g(t) = -\frac{1}{t^2(t+1)}.$$

1° Montrer que la fonction : $IR_+^* \to IR$: $t \mapsto g(t) - f(t)$ admet des primitives.

Les calculer.