République Islamique de Mauritanie
Ministère de l'Education Nationale
Direction des Examens et Concours
Service des Examens

Honneur – Fraternité – Justice

Baccalauréat 2015

Session Normale

Série : Sciences de la Nature
Epreuve: Mathématiques
Durée: 4 heures
Coefficient: 6

Exercice 1 (3 points)

Une usine fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par **a** et **b**. On a constaté que **6%** des montres fabriquées présentent le défaut **a** (et peut-être aussi le défaut **b**), **5%** le défaut **b** (et peut-être aussi le défaut **a**) et **2%** présentaient simultanément les défauts **a** et **b**.

Une montre est tirée au hasard dans la production. On définit les évènements suivants :

A : «la montre tirée présente le défaut **a**» ;
B : «la montre tirée présente le défaut **b**» ;
C : «la montre tirée ne présente aucun des deux défauts» ;
D : «la montre tirée présente un et un seul des deux défauts».

Parmi les réponses proposées pour chaque question ci-après, une seule réponse est exacte.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	
1	La probabilité $p(A)$ est :	**0.6**	**0.06**	**6**	(0,5pt)
2	La probabilité $p(C)$ est :	**0.91**	**0.89**	**0.87**	(0,5pt)
3	La probabilité $p(D)$ est :	**0.05**	**0.07**	**0.98**	(0,5pt)
4	La probabilité $p_B(A)$ est :	**0.4**	**0.04**	**0.3**	(0,5pt)
5	La probabilité $p_{\overline{A}}(B)$ est :	$\frac{3}{96}$	$\frac{91}{94}$	$\frac{3}{94}$	(0,5pt)
6	La probabilité $p_D(A)$ est :	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{6}{7}$	(0,5pt)

Recopie sur la feuille de réponse et complète le tableau ci-contre en choisissant la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée :

Question n°	1	2	3	4	5	6
Réponse						

Exercice 2 (5 points)

1) Pour tout nombre complexe z on pose : $P(z) = z^3 - 10z^2 + 33z - 34$.

a) Calculer $P(2)$. (0,5 pt)

b) Déterminer les réels a et b tels que pour tout z on a: $P(z) = (z-2)(z^2 + az + b)$. (0,5 pt)

c) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexe, l'équation $P(z) = 0$. On note z_0 ; z_1 et z_2 les solutions de (E) telles que $Im(z_2) < Im(z_0) < Im(z_1)$. (0,5 pt)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{u},\vec{v})$.

Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = z_1 + 3i$, $z_B = z_2 + i$ et $z_C = 6 + 2i$.

a) Vérifier que $z_A = 4 + 4i$ et $z_B = 4$. (0,5 pt)

b) Ecrire les nombres z_A et z_B sous forme trigonométrique. (0,5 pt)

c) Placer les points A, B et C dans le repère. (0,5 pt)

3) Pour tout nombre $z \neq 4 + 4i$ on pose : $f(z) = \dfrac{z-4}{z-4-4i}$.

a) Vérifier que $f(z_C) = i$ et interpréter graphiquement. (0,5 pt)

b) Déterminer et construire Γ_1 l'ensemble des points M du plan d'affixe z tel que $|f(z)| = 1$. (0,5 pt)

c) Déterminer et construire Γ_2 l'ensemble des points M d'affixe z tel que $f(z)$ soit imaginaire pur. (0,5 pt)

4) Pour tout entier naturel n, on pose $z_n = (z_A)^n$ et soit M_n le point d'affixe z_n.

a) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels le point M_n appartient à l'axe des abscisses. (0,25 pt)

b) Déterminer l'ensemble des entiers n pour lesquels on a $OM_n > 2015$. (0,25 pt)

Exercice 3 (6 points)

On considère la fonction $\mathbf{f}$ définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x)=3x-3-2x\ln x, \ x>0 \\ f(0)=-3 \end{cases}$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ d'unité 1cm.

1.a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. En déduire que $\mathbf{f}$ est continue à droite de $x_0=0$. (0,5 pt)

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ et interpréter graphiquement. (0,5 pt)

c) Montrer que $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$. (0,5 pt)

2.a) Calculer $f'(x)$ pour $x\in]0;+\infty[$ et vérifier que $f'(\sqrt{e})=0$. (0,5 pt)

b) Dresser le tableau de variation de la fonction **f**. (0,5 pt)

3.a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse $x_0=1$. (0,5 pt)

b) Montrer que (C) coupe l'axe des abscisses **(Ox)** en un point **B** autre que **A** dont l'abscisse α est telle que : $2.3\le\alpha\le 2.4$. (0,5pt)

c) Déduire de ce qui précède le signe de **f(x)** sur $[0;+\infty[$. (0,5 pt)

4) On considère la fonction **g** définie par : $\begin{cases} g(x)=\frac{1}{2}x^2-x^2\ln x \ ; x>0 \\ g(0)=0 \end{cases}$

a) Montrer que pour tout $x>0$, $f(x)=3x-3+g'(x)$. (0,5 pt)

b) En déduire une primitive **F** de f sur $]0;+\infty[$. (0,5 pt)

5) Pour tout entier naturel $n\ge 1$ on pose: $U_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} f(x)dx$

a) Montrer que la suite (U_n) est décroissante. (0,5 pt)

b) Exprimer U_n en fonction de n. (0,25 pt)

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$. (0,25 pt)

Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-2)(1+e^x)$.

Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1.a) Justifier que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement. (0,5 pt)

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}\big(f(x)-(x-2)\big)$ et en donner une interprétation graphique. (0,5 pt)

2.a) Calculer la dérivée $f'(x)$ puis la dérivée seconde $f''(x)$. (0,5 pt)

b) En déduire que la courbe (C) possède un point d'inflexion **A** dont on précisera les coordonnées. (0,25 pt)

c) Dresser le tableau de variation de la dérivée f'. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout réel x. (0,5 pt)

3.a) A l'aide des questions précédentes, dresser le tableau de variation de f. (0,5 pt)

b) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle J que l'on déterminera. On désigne par (C') la courbe représentative de la réciproque f^{-1} dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$. (0,5 pt)

4.a) Déterminer les points d'intersection de la courbe **(C)** avec les axes de coordonnées. (0,5 pt)

b) Déterminer le point **B** de **(C)** où la tangente **T** à la courbe **(C)** est parallèle à l'asymptote **(D)**. Donner une équation de **T**. (0,5 pt)

c) Tracer **(C)** , **T** , **(D)** et (C'). (0,5 pt)

d) Discuter graphiquement le nombre de solutions de l'équation $x-2=(2+m)e^{-x}$. (0,5 pt)

5.a) Calculer l'intégrale $I=\int_0^2 (x-2-2e^x)dx$. (0,25 pt)

b) En utilisant une intégration par parties, calculer $J=\int_0^2 xe^x dx$. (0,25 pt)

c) Calculer l'aire du domaine plan limité par la courbe **(C)**, l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$. (0,25 pt)

Fin.