

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat Dakar septembre 1965 ∞
Série mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

Trouver le reste de la division par 8 du nombre

$$A = 13^{23} \times 27^{41}.$$

EXERCICE 2

Étudier les variations de la fonction

$$y = \sin x(1 + \cos x)$$

et tracer la courbe représentative de ces variations.

EXERCICE 3

1. On considère, dans un repère orthonormé xOy , les cercles (C) d'équation

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2 = 0,$$

où m est un nombre réel variable.

Montrer que ces cercles forment un faisceau, dont on déterminera les éléments.

2. On considère maintenant les cercles (C') d'équation

$$x^2 + y^2 - 2m'y + k = 0$$

(m' variable, k constant).

Déterminer la valeur de k pour laquelle ces cercles sont orthogonaux aux cercles (C) précédents.

Les cercles (C') ainsi déterminés forment un faisceau.

Donner l'équation du cercle (C') passant par le point $F(+2; +2)$.

3. Montrer que, lorsque (C) varie, la polaire de F par rapport à (C) passe par un point fixe.
4. On considère maintenant les coniques qui admettent F pour foyer et le cercle variable (C) pour cercle principal.
Déterminer, suivant les valeurs de m , la nature de ces coniques.
Trouver, en particulier, les valeurs de m pour lesquelles ces coniques sont des hyperboles équilatères.
5. Montrer que l'axe non focal de ces coniques reste tangent à une parabole, dont on précisera le foyer et la directrice.
Montrer que la directrice associée à F passe par un point fixe.
Trouver le lieu du deuxième foyer de ces coniques.
6. Montrer que ces coniques restent tangentes à deux droites fixes.