

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat Lyon juin 1965 ∞
Série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Sur le cercle de centre O et de rayon 1, tracé dans un repère orthonormé xOy , on place les points A et B tels que $\angle xOA = \frac{7\pi}{4}$

$$\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OA}\right) = \frac{\pi}{4}, \quad \left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OB}\right) = \frac{\pi}{3}.$$

1. Quels sont les nombres complexes ayant respectivement pour images A et B ?
2. Évaluer, de deux façons différentes, leur produit.
En déduire les valeurs de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

EXERCICE 2

Dans un repère orthonormé xOy , on place le point C de coordonnées $(R; 0)$, R désignant un nombre positif donné.

On trace le cercle (C) de centre C et de rayon R et l'on désigne par M un point variable de ce cercle tel que $\left(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{CM}\right) = \varphi$, φ variant de 0 à 2π .

1. Soit H la projection orthogonale de M sur Ox et P le milieu de HM. Trouver le lieu géométrique du point P.
Préciser les éléments de ce lieu : centre, foyers, directrices, excentricité et tangente en P.
2. Évaluer, en fonction de R et φ , les coordonnées $(x; y)$ du point M.
Pour quelles valeurs de φ ces coordonnées vérifient-elles la relation

$$y + 2x = a,$$

a désignant un nombre algébrique donné ? Discuter suivant les valeurs de a .
Retrouver géométriquement les résultats de cette discussion.

3. La droite OM rencontre CP en D et en E, le diamètre (Δ) du cercle (C) parallèle à Oy ; montrer que la division (O, M, D, E) est harmonique.
Former l'équation de la droite OM ; trouver les coordonnées du point D en fonction de R et φ ; en déduire le lieu géométrique du point D.
Préciser les points communs à ce lieu et au cercle (C) ; expliquer le résultat.
4. On effectue l'inversion de centre O et de puissance $2R^2$.
Montrer que le point D a pour inverse le symétrique D' du point M par rapport à E.
En déduire les coordonnées de D' en fonction de R et φ , puis l'équation du lieu de D' ; construire ce lieu.