

Durée : 4 heures

🌀 Baccalauréat Madagascar juin 1965 🌀
Série mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

On désigne par θ la mesure d'un arc compris entre π et 2π radians.
Calculer le module et l'argument de chacune des racines carrées du nombre complexe

$$z = \frac{1 + \cos \theta + i \sin \theta}{1 - \cos \theta - i \sin \theta}.$$

EXERCICE 2

Soit x un nombre réel. Discuter, par la méthode graphique, suivant les valeurs du paramètre m , le nombre de racines de l'équation

$$x - \sqrt{-3x^2 + 6x + 9} = m(x - 3),$$

en utilisant le graphe, construit en repère orthonormé, de la fonction

$$y = x - \sqrt{-3x^2 + 6x + 9}.$$

EXERCICE 3

Soit deux cercles (O) et (O'), de centres respectifs O et O' et de rayons R et R' ($R > R'$), extérieurs l'un à l'autre, et deux rayons parallèles variables, OA et O'A', de même sens.

La droite AA' recoupe (O) en B et (O') en B'. La tangente en B à (O) coupe en M la tangente en A à (O) et en Q la tangente en A' à (O'). La tangente en B' à (O') coupe en N la tangente en A' à (O') et en P la tangente en A à (O).

1. Montrer que la droite MN passe par un point fixe, U, et que les points P et Q sont sur une droite fixe.

Quels sont les ensembles des points M et N ?

2. Les droites OA et O'B' se coupent en S et les droites OB et O'A' en S'. Quel est l'ensemble des points S et S' ?

Déterminer les tangentes à cet ensemble en S et S'.

Montrer que le cercle de centre S et de rayon SA et le cercle de centre S' et de rayon S'A' sont orthogonaux à un cercle fixe, de centre U.

3. Le cercle (P) de centre P et de rayon PA recoupe le cercle (O) en C et coupe (O') en C' et B'.

Montrer que les droites AC et B'C' passent chacune par un point fixe quand A varie.

Que dire du point T intersection de AC et C'B' ?

Montrer que les cercles de diamètre PT forment un faisceau linéaire à points de base.

N. B. - La question 3 est indépendante de la question 2.