

**🌀 Baccalauréat Algérie juin 1966 🌀**  
**Mathématiques élémentaires et mathématiques et technique**

**EXERCICE 1**

On considère la fonction

$$f(x) = \frac{3x-1}{x^2(x-1)}.$$

Préciser son domaine de définition.

Montrer que, sur ce domaine,  $f(x)$  peut se mettre sous la forme

$$f(x) = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{x-1},$$

en calculant les constantes A, B et C.

Déterminer celle des primitives de  $f(x)$  qui prend la valeur  $-\frac{1}{2}$  quand  $x$  prend la valeur  $\frac{2}{3}$ .

**EXERCICE 2**

Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation

$$z^6 + z^3 - 2 = 0.$$

**EXERCICE 3**

Soit, dans le plan, un repère orthonormé  $Oxy$ .

On considère la transformation ponctuelle (S) qui, à tout point M de coordonnées  $(x; y)$ , fait correspondre le point M' de coordonnées

$$x' = kx, \quad y' = -ky,$$

$k$  étant un nombre positif donné différent de 1.

1. **a.** Utiliser l'équation générale d'un cercle rapporté au repère précédent pour montrer, par le calcul, que la figure transformée par (S) d'un cercle est un cercle.  
**b.** Montrer que la transformation (S) est le produit d'une homothétie (H) de centre O et de la symétrie d'axe  $x'x$ .
2. Soit N le transformé du point M dans l'homothétie (H). On désigne par I le milieu du segment MN et par I' le milieu du segment MM'.  
Calculer les ordonnées des points I et I' en fonction de l'ordonnée  $y$  du point M et démontrer que le point I' est le transformé du point I dans une affinité orthogonale, dont on précisera l'axe et le rapport.  
En déduire que la médiatrice (D) du segment MM' est la transformée de la médiatrice ( $d$ ) du segment MN dans cette affinité.
3. La droite ( $d$ ) étant toujours la médiatrice du segment MN, soit P le symétrique du point O par rapport à la droite ( $d$ ). Démontrer que

$$\overrightarrow{OP} = (1+k)\overrightarrow{OM}.$$

En déduire que, lorsque le point M décrit un cercle (C) ne passant pas par l'origine, O, le point P décrit un cercle, dont on précisera le centre, E.

Démontrer que l'enveloppe de la droite ( $d$ ) est une conique, (L), que l'on déterminera avec précision. Discuter la nature de cette conique.

4. Quelle est la transformée de la conique (L) par la transformation (S) ?