

❧ Baccalauréat C Besançon juin 1966 ❧ Mathématiques et Mathématiques et Technique

EXERCICE 1

Deux points, M et M' , varient en restant conjugués harmoniques par rapport aux sommets B et C d'un triangle ABC fixe.

Montrer que le cercle (AMM') , de centre ω , est orthogonal à un cercle fixe ayant son centre sur la droite BC , qu'il passe par un point fixe (en général distinct de A) et que la polaire de ω par rapport au cercle fixe passe par un point fixe.

EXERCICE 2

On appelle « mot » toute permutation de lettres données ; par exemple avec a, i, m et r , les mots $rima, mari, mria, \dots, airm \dots$

Avec les lettres du mot « François », combien peut-on former de mots :

1. commençant et finissant par une voyelle ;
2. commençant par une voyelle et finissant par une consonne ?

EXERCICE 3

Soit un repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$; sur l'axe $x'x$ on considère les points fixes, A et B , d'abscisses positives respectives a et b ($0 < a < b$) et, sur $y'y$ un point M variable, d'ordonnée λ non nulle.

1. Déterminer les coordonnées du point, P , de rencontre des perpendiculaires en A à MA et en B à MB .
Ensemble des points P ?
2. Soit L la droite symétrique de la droite $x'x$ par rapport à la droite MA . Trouver l'équation de L . (On pourra écrire que M est équidistant de L et $x'x$.)
Exprimer sa pente, μ , à l'aide de λ ; étudier les variations de la fonction ainsi définie et construire son graphe.
3. Soit L' la droite symétrique de $x'x$ par rapport à MB et Q l'intersection de L et L' . Calculer les coordonnées au point Q .
Déterminer l'ensemble (E) des points Q :
 - a. en formant d'abord $\frac{x}{y}$;
 - b. en calculant $\overline{RO} \cdot \overline{RI}$, R étant la projection de Q sur $x'x$ et I celle de P .

Montrer que les points M, P et Q sont alignés :

- a. par un raisonnement géométrique ;
 - b. par le calcul.
4. t désignant le temps, on pose $\lambda = \sqrt{abe^t}$.
Soit S le point ayant pour abscisse λ (ordonnée de M) et pour ordonnée celle de P .
Construire l'ensemble (Σ) des points S , le vecteur vitesse et le vecteur accélération de S , l'hodographe du mouvement de S par rapport au point O .
Préciser, suivant la position de S sur (Σ) , si son mouvement est accéléré ou retardé.

N. B. - La dernière partie est indépendante des deux précédentes.