

**∞ Baccalauréat Dakar juin 1966 ∞**  
**Mathématiques élémentaires**

**EXERCICE 1**

Résoudre l'équation 1

$$z^7 = i - \sqrt{3} \quad (i^2 = -1).$$

**EXERCICE 2**

Étudier les variations de la fonction

$$y = 2x\sqrt{5-2x}$$

et construire son graphe.

**EXERCICE 3**

On considère le plan muni d'un repère orthonormé  $(x'Ox, y'Oy)$  et l'application  $\mathcal{A}$  qui, à tout point M de coordonnées  $x$  et  $y$  ( $y \neq 0$ ), fait correspondre le point  $M_1 = \mathcal{A}(M)$  de coordonnées  $x_1$  et  $y_1$  définies par

$$x_1 = x \quad \text{et} \quad y_1 = \frac{x^2}{y}.$$

1.
  - a. On considère un point M d'abscisse non nulle et  $M_1$  son image par  $\mathcal{A}$ . Déterminer  $\mathcal{A}(M_1)$ .
  - b. Que devient le point  $M_1 = \mathcal{A}(M)$  lorsque  $y$  tend vers 0, étant donné non nul?
  - c. On posera, par définition, que l'image du point M de coordonnées  $x \neq 0$  et  $y = 0$  est le point « à l'infini » de la parallèle à Oy d'abscisse  $x$  et que l'image de l'origine, O, des axes de coordonnées est le point O.  
Trouver l'ensemble (D) des points doubles de  $\mathcal{A}$  et une définition géométrique de  $\mathcal{A}$  à partir de (D).
2.
  - a. Quelle est l'équation de  $(d_1)$  image par  $\mathcal{A}$  de la droite  $(d)$  d'équation  $ux + vy + h = 0$ ?  
Examiner chacun des cas particuliers  $v = 0$  ( $h \neq 0$ ) et  $h = 0$  ( $v \neq 0$ ); donner, dans ce dernier cas, une construction géométrique de  $(d_1)$ .  
Quelle est l'image par  $\mathcal{A}$  de la droite  $y'Oy$ ?
  - b. Étudier la nature de  $(d_1)$  dans le cas  $vh \neq 0$  et préciser ses éléments remarquables.
3. Soit (C) le graphe d'une fonction  $y = f(x)$ , M un point de (C), de coordonnées  $(\alpha; \beta)$ . Soit (T) la tangente en M à (C) et  $m$  sa pente. Soit  $M_1$ , de coordonnées  $(\alpha, \beta_1)$  l'image de M par  $\mathcal{A}$ , et  $(\Delta)$  la tangente en  $M_1$  à  $(C_1)$ , transformée de (C). On note  $\mu$  la pente de (d).
  - a. Calculer  $\mu$  en fonction de  $\alpha, \beta, m$  (on considérera  $y_1$  comme une fonction composée de  $x$  par l'intermédiaire de  $y$ ), puis les ordonnées à l'origine,  $b$  et  $p$ , des droites (T) et  $(\Delta)$ .
  - b. Vérifier l'égalité  $\frac{b}{p} = -\frac{\beta}{\beta_1}$  et en déduire une construction simple de  $(\Delta)$ .