

∞ **Baccalauréat C Pondichéry mars 1966** ∞
Mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x^2 + 5x + 2}{x + 3}.$$

Tracer le graphique dans un système d'axes orthonormé $x'Ox$, $y'Oy$.

2. Quels sont les points de coordonnées entières appartenant au graphique précédent ?

EXERCICE 2

Partie A

On considère l'équation du second degré en t

$$(1) \quad t^2 x - ty - (x + 2) = 0,$$

où x et y sont des paramètres ; soit, d'autre part, un plan (P) rapporté à un repère orthonormé $x'Ox$ et $y'Oy$ et, dans ce plan, le point M de coordonnées x et y .

1. Quel est l'ensemble (Γ) des points $M(x; y)$ de (P) pour lesquels l'équation (1) a une racine double ? Tracer (Γ) et en préciser les éléments : axes, centre et foyers.
2. (Γ) partage le plan en deux régions ; où doit-on choisir M pour que les racines de l'équation (1) soient réelles ; complexes ?
3.
 - a. Calculer x et y pour que l'équation (1) admette pour racine $t_1 = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$. Déterminer alors l'autre racine, t_2 .
 - b. Quelles sont, pour les nombres t_1 et t_2 précédents, les valeurs du rapport $\frac{t^2 - 1}{t}$?

Partie B

Dans le plan (P) défini au paragraphe A on considère la droite D_t , d'équation

$$(t^2 - 1)x - ty - 2 = 0,$$

où t est un paramètre.

1. Former l'équation aux abscisses des points d'intersection de D_t et de la courbe (Γ) d'équation $y^2 + 4x^2 + 8x = 0$; exprimer en fonction de t les coordonnées du (ou des) point(s) commun(s).
2. Deux droites D_t et $D_{t'}$ issues de $M_0(x_0; y_0)$ touchent (Γ) en T et T' ; écrire l'équation de la droite TT', en fonction de t et t' d'abord, puis de x_0 et y_0 ensuite.
En déduire comment varie la droite TT' quand $M_0(x_0; y_0)$ décrit la droite d'équation $y = \frac{4}{\sqrt{3}}$.
3. Quel est l'ensemble des points d'intersection de deux droites, D_t et $D_{t'}$, perpendiculaires ?