# Baccalauréat Rouen juin 1966

**Mathématiques élémentaires**

### EXERCICE 1

Trouver deux nombres ayant pour plus grand commun diviseur 21 et pour plus petit commun multiple 420.

### EXERCICE 2

Résoudre, pour $x$ réel, l'inéquation

$$\sqrt{x+3} > x-1.$$

### EXERCICE 3

Dans un plan rapporté au repère orthonormé $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$, on donne le cercle (C) d'équation

$$x^2+y^2=\mathrm{R}^2$$

et la droite (D) d'équation $y=\mathrm{R}$. Un point M variable sur le cercle (C) est repéré par l'angle orienté

$$\left(\overrightarrow{\mathrm{O}y}\,,\,\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right)=\theta \pmod{2\pi}.$$

La tangente en M au cercle (C) coupe en général O$y$ en A et la droite (D) en A$'$. Soit N le milieu de AA$'$.

1. Établir que les coordonnées de N sont R e

$$x=-\frac{\mathrm{R}}{2}\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} \quad \text{et} \quad y=\frac{\mathrm{R}}{2}\left(\frac{1}{\cos\theta}+1\right).$$

   En déduire que l'ensemble (E) des points N a pour équation

$$y\left(\mathrm{R}^2-4x^2\right)=\mathrm{R}^3.$$

2. Étudier les variations de $y$ en fonction de $x$ et construire l'ensemble (E).
3. Former l'équation aux abscisses des intersections de l'ensemble (E) et du cercle (C).
   Montrer que les graphes sont tangents en trois points, que l'on déterminera.
   Montrer qu'on peut trouver par une étude purement géométrique les points de (E) situés sur (C).
4. Une droite quelconque passant par le point H(0 ; R) recoupe l'ensemble (E) en deux points, $\mathrm{N}_1$ et $\mathrm{N}_2$, distincts de H.
   Déterminer analytiquement l'ensemble des milieux de $\mathrm{N}_1\mathrm{N}_2$.
5. Former l'équation aux abscisses des points d'intersection de (E) et des droites d'équation $y=mx$, où $m$ est un paramètre réel.
   Discuter graphiquement le nombre des solutions, suivant les valeurs de $m$.