DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 1999

SERIE	: D	Epreuve de	: MATHEMATIQUES
		Durée	: 3 heures 15 minutes
Code matière	: 08	Coefficient	: 4

N.B. : Les **Quatre Exercices** sont obligatoires

EXERCICE I (20 points)

Dans le plan complexe $\mathscr{P}$ muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité 2cm, on donne le point A d'affixe –2.

Soit Z le nombre complexe défini par : $Z = \frac{iz+3}{z+2}$, avec $z \neq -2$ et $z \in \mathbb{C}$.

On pose $Z = X + iY$ et $z = x + iy$ avec $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ et $(X, Y) \in \mathbb{R}^2$.

1 - Déterminer X et Y en fonction de x et y. (3 points)

2 - Déterminer et construire dans $\mathscr{P}$ les deux ensembles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{D})$ définis par :

$(\mathscr{C}) = \{ M(x, y) / Z \text{ soit réel} \}$.

$(\mathscr{D}) = \{ M(x, y) / Z \text{ soit imaginaire pur} \}$. (4 points)

3 - Soient B, C et D les points d'affixes respectives : i, $2 + 2i$, $1 - i$.

On note par S la similitude plane directe qui transforme B en C et C en D.

a - Donner l'expression complexe de S. (3points)

b - Préciser ces éléments géométriques. (6points)

c - Construire l'image du cercle d'équation : $x^2 + y^2 + 2x - 3y = 0$ par S. dans le repère précédent. (4points)

EXERCICE II (20 points)

Le tableau ci-dessous donne en milliards de francs malgache (FMG) les importations d'une société, de 1993 à 1998.

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Importations : y_i	5	6,5	7	6,5	10	12

1- Représenter le nuage de points associé à cette série statistique (x_i, y_i) dans un repère orthogonal. L'unité graphique sera prise égale à 1cm sur l'axe des abscisses x, et 1cm pour 1 milliards sur l'axe des ordonnées y. (4points)

2- Calculer le coefficient de corrélation linéaire. (6points)

3- Par la méthode des moindres carrés, déterminer une équation de la droite de régression de y en x et représenter cette droite dans le même repère défini ci-dessus. (6points)

4- A l'aide de cette droite de régression de y en x, quelle estimation peut-on faire du montant des importations en l'an 2004 ? (4points)

On exprimera les résultats sous forme décimaux, deux chiffres après virgule.

.../.

EXERCICE III (20 points)

Soit f la fonction définie sur $D_f = [\,0\,;1[\,\cup\,]\,1\,;+\infty\,[$ par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{\ln x} & \text{si } x \in \,]0\,;1[\,\cup\,]1\,;+\infty[\\ f(0) = 0. \end{cases}$

On note par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

1- a) Montrer que f est continue et dérivable au point 0. (3points)
b) Calculer les limites aux bornes de D_f. (2points)

2- a) Soit $x \in D_f$, calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur D_f (3 points)
b) Dresser le tableau de variation de f. (1 point)
c) Etudier les branches infinies de la courbe $(\mathscr{C})$.
Tracer $(\mathscr{C})$ et la droite (T) tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse e^2. (3 points)

3- Soit g la fonction définie sur $D =]\,1\,;+\infty\,[$ par : $g(x) = \dfrac{x+\ln x}{\ln x}$, pour tout $x \in D$.

On note par (Γ) la courbe représentative de g dans le repère précédent.
a) Etudier la position relative de (Γ) et $(\mathscr{C})$. (2 points)
b) Dresser le tableau de variation de g
et tracer (Γ) dans le même repère que $(\mathscr{C})$. (4 points)
c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par les deux courbes
(Γ), $(\mathscr{C})$ et les droites d'équations respectives $x = 2$, $x = e$. (2 points)
On donne $\ln 2 \simeq 0{,}7$; $e \simeq 2{,}71$; $e^2 \simeq 7{,}4$.

EXERCICE IV (20 points)

Soit D_1 un dé cubique truqué numéroté de 1 à 6.

On note p_i la probabilité d'apparition de la face numérotée i lors d'un lancer du dé D_1 ($i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$).

On suppose que p_1, p_3, p_5 forment, dans cet ordre, les trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$; puis p_2, p_4, p_6 forment, dans cet ordre, les trois termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et que $p_2 = 4p_1$

Soit D_2 un dé cubique non truqué numéroté de 1 à 6.
Chaque face de D_2 a donc la même probabilité d'apparition lors d'un lancer de ce dé.

1- a) Montrer que les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6 vérifient le système :

$$\begin{cases} p_2 = 4p_1 \;;\; p_4 = p_1 \\ p_3 = \frac{1}{2}p_1 \;;\; p_5 = p_6 = \frac{1}{4}p_1 \\ p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1. \end{cases}$$ (4 points)

b) Calculer p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 et p_6. (6 points)

2- On lance les deux dés D_1 et D_2 simultanément. On note par X la variable aléatoire égale à la somme des chiffres obtenus de D_1 et D_2 après lancement.
a) Donner l'univers image de X. (ensemble des valeurs prise par X). (2 points)
b) Calculer la probabilité des événements suivants :
$[X = 2]$, $[X = 3]$, $[X = 4]$ et $[X \geq 5]$. (8 points)
On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.