DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
SERVICE D'APPUI AU BACCALAUREAT

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL
SESSION 2007

Série :	D	Epreuve de :	Mathématiques
Code Matière :	009	Durée :	3 heures 15 minutes
		Coefficient :	4

D

NB : - Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le PROBLEME.
- Machine à calculer autorisée.

EXERCICE I (5 points)

Soit le Polynôme P à variable complexe z défini par : $P(z) = z^3 + (1+i)z^2 + (4-i)z - 6i + 12$.

1- a- Calculer $P(-3i)$. (0,50 pt)

b- Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle α que l'on déterminera. (0,50 pt)

c- Déterminer le nombre complexe β tel que $P(z)$ peut s'écrire sous la forme :
$P(z) = (z+3i)(z+2)(z+\beta)$. (0,50 pt)

d- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ (0,75 pt)

2- Dans le plan complexe $(\mathscr{P})$ muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B, C d'affixes respectives $z_A = -3i$; $z_B = -2$ et $z_C = 1+2i$.

Déterminer la mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})$ et $\left|\dfrac{z_C - z_B}{z_A - z_B}\right|$ puis en déduire la nature du triangle ABC. (0,25+0,25)

3- Soit r la rotation de centre B et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$. (0,25 pt)

Ecrire l'expression complexe de la rotation r. (0,50 pt)

4- On considère la transformation S du plan $(\mathscr{P})$ dans $(\mathscr{P})$ qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $S : z' = 2iz - 2 + 4i$.

a- Donner la nature et les éléments caractéristiques de S. (0,25+0,75)

b- Donner la nature et les éléments caractéristiques de la transformation h telle que $r \circ h = S$. (0,50 pt)

EXERCICE II (5 points)

Un sac contient six jetons, portant les lettres A, B, C et D dont la répartition suivant les couleurs est donnée par le tableau ci-dessous :

Couleurs \ Lettres	A	B	C	D
Rouges	0	1	1	0
Jaunes	1	0	0	1
Noires	1	1	0	0

Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

I- On tire au hasard et successivement sans remise trois jetons du sac.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E : "obtenir exactement un jeton rouge". (0,50 pt)

F : "obtenir dans l'ordre, les lettres B, A, C". (0,50 pt)

2) Soit X la variable aléatoire associée au rang de la première consonne sortie.

a) Déterminer l'univers-image de X. (0,50 pt)

b) Etablir la loi de probabilité de X et calculer l'espérance mathématique E(X) de X. (1+0,25)

II- Une épreuve (E) consiste à tirer simultanément trois jetons du sac.

1) Calculer la probabilité de l'évènement : G : "obtenir les lettres du mot B A C". (0,50 pt)

2) On répète trois fois de suite et d'une manière indépendante l'épreuve (E).
A chaque épreuve, on marque 1 point si l'événement G est réalisé, sinon on marque 0 point.
Soit Y la variable aléatoire égale au total des points obtenus à l'issue des trois épreuves.

a) Préciser l'univers-image de Y et déterminer la loi de probabilité de Y. (0,50+0,75)

b) Calculer l'espérance mathématique E(Y) de Y puis la variance V(Y) de Y. (0,25+0,25)

PROBLEME (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur IR par : $f(x) = (x^2 + 1)\,e^{-x} + x$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

I – Soit g la fonction numérique définie sur IR par : $g(x) = 1-(x-1)^2e^{-x}$

a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$. (0,25 pt)

b) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 1$ en admettant que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty, n \in \mathbb{N}$. (0,25 pt)

c) Calculer la dérivée $g'(x)$ de g pour tout $x \in \mathbb{R}$. (0,50 pt)

d) Dresser le tableau de variation de g. (1,00 pt)

e) Calculer $g(0)$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. (0,25+0,50)

II– 1- a) Montrer que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. (0,50+0,50)

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$ et dresser le tableau de variation de f. (0,50+1,00)

2- a) Montrer que le point A d'abscisse 1 est un point d'inflexion de $(\mathscr{C})$. (0,50 pt)

b) Donner une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point A. (0,50 pt)

c) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ (0,50 pt)

d) Etudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$ en $-\infty$. (0,50 pt)

e) Tracer (T), (Δ) et $(\mathscr{C})$. (0,25+0,25+1)

3- a) A l'aide d'une double intégration par parties, calculer l'intégrale : $I = \int_0^1 x^2e^{-x}\,dx$. (0,50 pt)

b) En déduire l'aire géométrique $\mathscr{A}$, en cm^2, du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (Δ) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$. (0,75 pt)

On donne : $e \simeq 2,7$; $e^{-1} = \dfrac{1}{e} \simeq 0,4$

-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-=-