MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2011

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

Durée : 03 heures 15 minutes

Coefficients : 4

****

N.B : - Les DEUX exercices et le Problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique NON programmable autorisée.

EXERCICE 1 (5 points)

Soit l'équation (E) : $z^3+(1-i)z^2+(-8+4i)z-4-28i=0$

1°) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure αi où α est un nombre réel que l'on déterminera. (0,5pt)

2°) a- Montrer que (E) peut s'écrire sous la forme : $(z-\alpha i)(az^2+bz+c)=0$ où a, b, c sont des nombres complexes à déterminer. (0,75 pt)

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) (0,75pt)

3°) Dans le plan complexe (P) muni d'un repère orthonormé direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, d'unité 1 cm, on donne les points A,B, et C d'affixes respectives $-2i$; $3+i$ et $-4+2i$.

a- Placer les points A, B, et C dans le plan (P). (0,25pt)

b- On pose $Z=\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}$

Ecrire Z sous forme trigonométrique. (0,5 pt)

c- En déduire la nature du triangle ABC. (0,5pt)

d- Trouver l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme (0,5pt)

4°) Soit S la transformation d'expression complexe $z'=\frac{4}{3}iz-\frac{8}{3}-2i$

a- Quelle est la nature de S et donner ses éléments caractéristiques. (0,25pt + 0,5pt)

b- Construire l'image A'B'C'D' de ABCD par S^{-1} (0,5pt)

EXERCICE 2 (5 points)

I) Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher dont :

. 3 rouges numérotées : 2 ; 2 ; 5

. 5 blanches numérotées : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5.

1] Le jeu consiste à tirer au hasard et simultanément deux boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir deux boules de couleurs différentes » (0,25pt)

B : « obtenir deux boules de numéros pairs » (0,5 pt)

C : « obtenir deux boules dont le produit des numéros est égal à 4 » (0,5 pt)

2] On tire au hasard et successivement avec remise 3 boules de l'urne.

Soit X la variable aléatoire définie par le nombre de boules portant le numéro 5 obtenu.

a) Déterminer l'univers image de X (0,5pt)

b) Donner la loi de probabilité de X (0,75pt)

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

/...

II) On donne sur le tableau ci-dessous le nombre d'élèves d'un lycée ayant réussi le Baccalauréat durant 4 années successives ;

Année	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année(x_i)	1	2	3	4
Nombre d'élèves en centaine (y_i)	3	5	6	9

1) Représenter le nuage des points $M_i(x_i, y_i)$ $1 \leq i \leq 4$ associé à cette série statistique. (0,75pt)
Echelle : sur l'axe des abscisses, prendre 1cm pour représenter une unité.
sur l'axe des ordonnées; placer 2 à l'origine des axes puis prendre 1cm pour représenter 100 élèves.
2) Déterminer le point moyen G. (0,5pt)
3) Calculer le coefficient de corrélation r et interpréter. (0,5pt)
4) Ecrire l'équation de la droite de régression de y en x. (0,5pt)
5) Combien de réussites peut-on espérer en 2014 ? (0,25pt)
<u>NB</u> : Les résultats seront donnés à 10^{-2} près.

<u>PROBLEME</u> (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$
On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2cm.

1) Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$
a- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. (0,5pt+0,5pt)
b- Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique notée α dans $\mathbb{R}$ et que $-1 < \alpha < 0$. (0,5pt)
c- En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. (0,5pt)

2) a- Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. (0,25 pt x2)
b- Calculer la dérivée $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x élément de $\mathbb{R}$. (0,5pt)
c- Montrer que $f(\alpha) = 1 + \frac{2\alpha^2}{\alpha - 1}$. (0,5pt)
d- Dresser le tableau de variation de f . (0,5pt)

3) a- Calculer $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement ce résultat. (0,25 pt x2)
b- Démontrer que la droite (D) : $y = 2x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ au voisinage de $+\infty$ (0,5pt)
c- Etudier la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D). (0,5pt)

4) a- Ecrire une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 0$. (0,5pt)
b- Montrer qu'il existe un point A de $(\mathcal{C})$ où $(\mathcal{C})$ admet une tangente (T') parallèle à (D). (0,25pt)
Trouver les coordonnées du point A. (0,25pt)

5) Tracer (D), (T), (T') et $(\mathcal{C})$ dans le même repère. Pour la construction, on prendra $\alpha = -0,4$ et $f(\alpha) = 0,8$. (0,25ptx3+1,25pt)

6) a- A l'aide d'une intégration par partie ; calculer $I_\lambda = \int_0^\lambda xe^{-x}dx$ (0,5pt)
b- Déterminer, en cm², l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ du domaine plan délimité par $(\mathcal{C})$, (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \lambda$, $(\lambda > 0)$ (0,5pt)
c- Calculer $\lim_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda)$. (0,5pt)