MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2012

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

Durée: 3 heures 15 mn

Coefficients : 4

N.B : - Les DEUX exercices et le Problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.

EXERCICE 1 : (5 points)

1) Calculer $(2-i)^2$. En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E) : $iz^2 - iz + 1 + i = 0$. (0,5pt +1pt)

2) Soit P le polynôme de variable complexe z définie par : $P(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4$.

a) Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle positive α que l'on déterminera. (0,5pt)

b) Déterminer les nombres a et b tels que : $P(z) = (z-1)(z-2-2i)(az+b)$. (0,5pt)

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthogonal direct $\mathcal{R}(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les trois points A,B et C, d'affixes respectives : 1 ; $2+2i$ et $1-i$.

a) Donner la forme trigonométrique de $U = \dfrac{2+2i}{1-i}$. (0,75pt)

b) En déduire la nature du triangle OBC. (0,25pt)

4) Soit S la similitude plane directe telle que : $\begin{cases} x' = x + y - 1 \\ y' = -x + y + 2 \end{cases}$

Déterminer l'expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques. (0,75pt +0,75p

EXERCICE 2 : (5 points)

Un bassin contient 10 poissons dont 2 carpes, 3 tanches et 5gardons.
On pêche au hasard et simultanément 3 poissons par un filet du bassin. Chaque poisson a la même probabilité d'être pris par le filet.

1- Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
E_1 : « avoir aucune tanche ». (0,75pt)
E_2 : « avoir au moins une carpe ». (0,75pt)
E_3 : « avoir exactement 2 gardons ». (0,5pt)

2- On répète quatre fois de suite cette épreuve d'une manière indépendante.
Soit X la variable aléatoire associée au nombre de la réalisation de l'évènement E_3.

a) Donner la loi de probabilité de X. (1,25pts)

b) Calculer l'espérance mathématique E(x) et la variance V(x). (0,5pt + 0,5

c) Calculer la probabilité $P(x \leq 3)$. (0,75 pt)

(N.B : on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible).

/...

PROBLEME : (10 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $g(x) = x^2+2-2\ln x$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1- Calculer $g'(x)$ puis étudier le sens de variation de g sur $]0\,;+\infty[$. (on ne demande pas les limites) **(0,5 pt+1 pt)**

2- Calculer $g(1)$. En déduire que g est strictement positif sur $]0\,;+\infty[$. **(0,5 pt+ 0,25 pt)**

II- Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par :

$$f(x)=x-1+2\frac{\ln x}{x}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0,\vec{i},\vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1) a- Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat. **(0,5 pt+ 0,25 pt)**

b- Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$. **(0,5 pt)**

2) a- Montrer que la droite (Δ), d'équation $y=x-1$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$. **(0,5 pt)**

b- Etudier la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (Δ). **(0,25 pt)**

3) a- Montrer que pour tout $x\in\,]0\,;+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ où f' désigne la fonction dérivée de f. **(1pt)**

b- Justifier que $f'(x)$ à le même signe que $g(x)$ suivant les valeurs de x. **(0,25 pt)**

c- Dresser le tableau de variation de f sur $]0\,;+\infty[$. **(1 pt)**

4) a- Ecrire une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $x_0=1$. **(0,5 pt)**

b- Tracer (T), (Δ) et $(\mathscr{C})$ dans le même repère. **(0,5 pt+0,5 pt+1 pt)**

5) Soit h la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $h(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$.

a) Déterminer $h'(x)$. En déduire l'expression de $I(\alpha)=\int_1^{\alpha} f(x)\,dx$ où $\alpha>1$, en fonction de α. **(0,5 pt)**

b) Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=e$. **(0,5 pt)**

On donne $e\approx 2,7$