MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL
SESSION 2013

D

Série : D

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 03 heures 15 minutes
Coefficient : 4

NB : - Les deux exercices et le problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique non programmable autorisée.
- Papiers millimétrés autorisés.

Exercice 1 : (5 pts) **Les Parties A et B sont indépendantes**

A- On dispose d'un dé cubique à 6 faces numérotées de 1 à 6, parfaitement équilibré et de deux urnes U_1 et U_2 contenant des boules indiscernables au toucher de telle sorte que :

U_1 contient 8 boules blanches et 2 boules noires.

U_2 contient 3 boules noires et 7 boules rouges.

1) L'épreuve consiste à lancer une fois le dé puis à tirer une boule de U_1 ou de U_2.
Si le numéro 6 apparaît sur la face supérieure du dé, on tire une boule dans U_1.
Sinon, on tire une boule dans U_2.
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Le chiffre 6 apparaît et on obtient une boule blanche ». (0,25
B : « Obtenir une boule noire ». (0,5 p

2) On tire au hasard et simultanément deux boules de U_2 et une boule de U_1.
On désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de boule(s) noire(s) obtenue(s).
a) Déterminer l'univers image de X. (0,25
b) Etablir la loi de probabilité de X. (2 pts

B- Etant donnée une série statistique à deux variables (X, Y) dont la droite de régression de Y en X est : $y = 0,12x + 7,88$.
Sachant que la moyenne $\overline{X} = 51$ et le coefficient de corrélation $r = 0,93$.
a) Déterminer la moyenne arithmétique $\overline{Y}$. (0,75
b) Peut-on avoir un ajustement linéaire par moindres carrés ? Expliquer.
Déterminer une équation de la droite de régression X en Y. (0,5 pt + 0,75
On donnera le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 2 : (5 pts)

Soit $P(z) = z^3 - (3+3\sqrt{3}\,i)z^2 - (6-6\sqrt{3}\,i)z + 8 + 24\sqrt{3}\,i$ où $z \in \mathbb{C}$.

1) a/ Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet deux solutions réelles que l'on précisera. (0,75 |
b/ En déduire la résolution de l'équation $P(z) = 0$. (0,75 |

Dans tout ce qui suit, on considère dans le plan complexe $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1cm, les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -2$; $z_B = 4$ et $z_C = 1 + 3\sqrt{3}\,i$.

2) a/ Placer les points A, B et C. (0,5 pt

b/ Donner la forme algébrique du nombre complexe $Z = \dfrac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ puis en déduire la nature du triangle ABC. (1 pt)

3) Soit D le point tel que $ABDC$ soit un parallélogramme. On note par S la similitude plane directe de centre A et qui transforme B en D.
a) Déterminer l'affixe de D et placer ce point. (0,5 pt
b) Déterminer l'expression complexe de S et préciser ses éléments caractéristiques. (1,5 pt

/...

Problème : (10 points)

On considère la fonction f, à variable réelle x, définie par

$$f(x)=\begin{cases}(x+1)e^{x} & si\ x\geq 0\\ e^{3x}-3x & si\ x<0\end{cases}$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'origine O et d'unité graphique 2cm.

1- Etudier la continuité de f en $x_0=0$. (0,75 pt)

2- Démontrer que $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=0$ et $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=2$.
(On donnera une interprétation graphique de ces résultats). (1,25pt + 0,75pt)

3- a/ Etudier la branche infinie de $(\mathscr{C})$ au voisinage de $+\infty$. (0,75 pt)
b/ Prouver que la droite (D) d'équation $y=-3x$ est une asymptote oblique pour la courbe $(\mathscr{C})$ au voisinage de $-\infty$. (0,75 pt)

4- a/ Après avoir étudié le sens de variation de f, dresser son tableau de variation. (1,5 pt)
b/ Démontrer que, pour tout x réel négatif, $e^{3x}-3x-1>0$. (0,5 pt)

5- Tracer dans le même repère, en précisant les deux demi-tangentes, la droite (D) et la courbe $(\mathscr{C})$. (1,25 pt)

6- On appelle g la restriction de la fonction f à $]-\infty;0[$.
a/ Démontrer que l'équation $g(x)=2$ admet une solution unique α. (1 pt)
b/ On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g. Calculer, en fonction de α, $(g^{-1})'(2)$. (0,5 pt)
c/ Construire, dans le même repère que $(\mathscr{C})$, la courbe $(\mathscr{C}')$ représentant g^{-1}. (0,5 pt)
d/ Calculer, en fonction de α et en cm², l'aire $\mathcal{A}_{\alpha}$ du domaine plan délimité par : la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (D), les droites d'équations $x=\alpha$ et $x=0$. (0,75 pt)