DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE

SESSION 2001

SERIE : A

Code Matière : 09

Epreuve de : **MATHEMATIQUES**

Durée : 2 heures 15 minutes

Coefficient : A1 = 1 - A2 = 3

N. B. : Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le Problème.

Exercice – 1 (4 points)

N.B. : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher dont :

- 4 rouges numérotées 2, 3, 3, 4
- 4 vertes numérotées 1, 3, 3, 4
- 2 jaunes numérotées 1, 1.

1. On tire au hasard et simultanément 2 boules de l'urne.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « la somme des numéros des 2 boules tirées est égale à 6 » (1 pt)

B : « le produit des numéros des 2 boules tirées est égal à 4 » (1 pt)

2. On effectue 3 tirages successifs d'une boule, en remettant dans l'urne, avant chaque tirage, la boule précédemment tirée.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Tirer 3 boules de même couleur » (1 pt)

D : « Tirer 2 boules rouges et une jaune dans cet ordre ». (1 pt)

Exercice – 2 (4 points)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{2}{3}u_n - 1 \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et u_2. (0,5 pt)
2. Soit la suite numérique $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n + 3$.
   a- Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)
   b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n. (1 pt)
   c- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. (0,5 pt)
3. On pose $w_n = \ln[2(\frac{2}{3})^n]$, $n \in \mathbb{N}$ (ln désigne le logarithme népérien).

Montrer que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme. (1 pt)

…/.

Problème (12 points)

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = (1 - x)e^x - 1$.

On note par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f. (0,5 pt)
2. a- Calculer la limite de f en $+\infty$. (0,5 pt)

   b- Sachant que $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$, montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$. (0,5 pt)

   Donner une interprétation graphique de ce résultat. (0,5 pt)
3. a- Calculer la fonction dérivée $f'(x)$ et étudier son signe. (1 pt)

   b- Dresser le tableau de variation de f. (1 pt)
4. a- Calculer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe $(\mathscr{C})$ avec la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = -1$. (1 pt)

   b- Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 1. (1 pt)
5. a- Calculer $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ (on pourra écrire $\frac{f(x)}{x} = \frac{1-x}{x}e^x - \frac{1}{x}$). (0,5 pt)

   Que peut-on en conclure ? (0,5 pt)

   b- Reproduire le tableau suivant et donner pour chaque valeur de x, une valeur approchée de f(x) à 10^{-2} près. (1,5 pt)

x	-3	-1	ln 5
f(x)			

   c- Tracer (T), $(\mathscr{D})$ et $(\mathscr{C})$. (2 pts)
6. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (2 - x)e^x - x$.

   a- Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

   b- Calculer, en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe (x'Ox) et les droites d'équations x = 0 et x = 1. (1 pt)

On donne : $e^{-1} \simeq 0,37$; $e^{-3} \simeq 0,05$; $\ln 5 \simeq 1,61$.