

A

Epreuve de : MATHÉMATIQUES
Durée : 2 Heures 15 minutes
Coefficients : $A_1 = 1 - A_2 = 3$

009

N.B. : Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le Problème.

Exercice 1

(5 points)

Dans une classe de douze élèves, la répartition suivant l'âge et le sexe est donnée par le tableau

Age \ Sexe	Filles	Garçons
18 ans	4	3
19 ans	2	2
20 ans	1	6

On choisit au hasard et simultanément trois élèves de la classe.

1. Déterminer le nombre de choix possibles.

(0,5 pt)

2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

(0,75 pt)

A. « les élèves choisis sont des filles ».

(1 pt)

B. « les élèves choisis ont plus de 18 ans ».

(1,25 pt)

C. « les trois élèves choisis ne sont pas de même sexe ».

(1,5 pt)

D. « au moins un élève choisi a exactement 19 ans ».

Exercice 2

(5 points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_1 = 5$ et $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{2}$.

On pose $v_n = u_n - 2$.

1. Calculer u_2 , u_3 et v_1 .

(0,75 pt)

2. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

(1 pt)

3. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .

(0,5 + 0,25 pt)

4. On pose $w_n = \ln v_n$ où \ln est le logarithme népérien.

a) Montrer que (w_n) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme.

(1,5 pt)

b) Exprimer $S_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$ en fonction de n .

(1 pt)

Problème (10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 1 - 2x + e^x$. On note (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f . (0,75 ; 0,50)
- b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (0,75 ; 0,50)

- c) En remarquant que pour tout $x > 0$, $f(x) = x \left(\frac{1}{x} - 2 + \frac{e^x}{x} \right)$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$).

2. a) Calculer $f'(x)$. (1,00 ; 0,75)
- b) En déduire le tableau de variation de f . (1,25 ; 1,00)
3. a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection de la courbe (\mathcal{C}) avec l'axe des ordonnées. (1,00 ; 0,75)
- b) Ecrire l'équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point A. (1,00 ; 1,00)
4. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 1)]$. Que peut-on en conclure ? (1,00 ; 1,00)
- b) Etudier la branche infinie de (\mathcal{C}) lorsque x tend vers $+\infty$. On admet que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. (1,00 ; 0,75)

5. Tracer (\mathcal{C}) . (1,00 ; 1,00)

Pour A2 seulement

6. a) Donner une primitive de f sur \mathbb{R} . (0,00 ; 1,00)
- b) En déduire l'aire géométrique en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \ln 2$. (0,00 ; 1,00)

On donne : $\ln 2 \approx 0,7$.

