BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

[illegible] Enseignements Supérieur

[illegible] Scolarité et de l'Evaluation

[illegible] A

[illegible] 009

SESSION 2004

Epreuve de	:	MATHEMATIQUES
Durée	:	2 Heures 15mn
Coefficient	:	A1 = 1 ; A2 = 3

N.B. : - Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le Problème.
- Machine à calculer autorisée.

EXERCICE 1 (5 points)

Soit la suite arithmétique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par la donnée des deux termes $U_1 = -2$ et $U_{20} = 55$.

1°) Calculer la somme $S = U_1 + \ldots\ldots + U_{20}$ *(0,5 pt)*

2°) Déterminer la raison r de cette suite. *(1 pt)*

3°) Exprimer U_n en fonction de n. *(0,5 pt)*

4°) Pour tout n élément de $\mathbb{N}^*$. On pose $V_n = e^{3n-5}$

a/ Calculer V_1 et V_2. *(0,5+0,5pt)*

b/ Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison q. *(1 pt)*

c/ Exprimer la somme $T_n = V_1 + V_2 + \ldots + V_n$ en fonction de n. *(1 pt)*

EXERCICE 2 (5 points)

N.B : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

Une trousse contient douze stylos de même marque, indiscernables au toucher : 3 rouges, [illegible] 3 bleus et 2 noirs.

1°) Un élève prend au hasard un stylo de la trousse. Chaque stylo a la même probabilité d'être tiré. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir un stylo rouge » *(0,5 pt)*

B : « Obtenir un stylo vert ou un stylo noir ». *(0,5 pt)*

2°) On remet la trousse à sa condition initiale. Un autre élève tire au hasard et simultanément deux stylos de la trousse. On suppose que les tirages sont équiprobables.
Evaluer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Les deux stylos tirés sont de même couleur » *(0,5 pt)*

D : « Obtenir deux stylos de couleurs différentes ». *(1 pt)*

3°) On remet la trousse à sa condition initiale. Un troisième élève tire successivement et sans remise trois stylos de la trousse. On suppose que les événements élémentaires sont équiprobables.

a/ Déterminer le nombre de cas possibles. *(0,5pt)*

b/ Déterminer les probabilités des événements suivants :

E : « Obtenir trois stylos de même couleur » *(1 pt)*

F : « Obtenir aucun stylo vert ». *(1 pt)*

PROBLEME (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} - 1 + \ln x$$

On note par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1°) a/ Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$. (1 ; 1)

b/ Etudier le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. (0,5 ; 0,5)

2°) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (0,5 ; 0,25)

3°) a/ Montrer que f(x) peut s'écrire : $f(x) = \dfrac{1 - x + x \ln x}{x}$ pour $x \in]0, +\infty[$ (0,5 ; 0,25)

b/ En admettant que $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$. En déduire $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. (0,5 ; 0,25)

4°) Dresser le tableau de variation de f. (1 ; 1)

5°) Compléter le tableau des valeurs ci-dessous : (1 ; 1)

x	$\frac{1}{e}$	1	2	e
f(x)				

6°) a/ Calculer $f''(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$ et étudier son signe sur l'intervalle $]0, +\infty[$. (1 ; 0,5)

b/ En déduire que le point I d'abscisse 2 est un point d'inflexion de $(\mathscr{C})$. (0,5 ; 0,5)

c/ Trouver une équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ en I. (1 ; 0,5)

7°) a/ On admet que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$. Quelle conclusion peut-on en tirer sur la courbe $(\mathscr{C})$? (0,5 ; 0,25)

b/ Tracer $(\mathscr{C})$ et (T). (1,5+0,5 ; 1,5+0,5)

Pour A2 seulement

8°) Soit la fonction G définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par $G(x) = x \ln x - x$

a/ Calculer $G'(x)$ pour tout x élément de l'intervalle $]0, +\infty[$. (; 0,25)

Et en déduire une primitive de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$. (; 0,75)

b/ Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses (x'Ox) et les droites d'équations respectives $x = 1$ et $x = e$. (; 1)

On donne : $\frac{1}{e} \simeq 0{,}36$; $\ln 2 \simeq 0{,}7$; $e \simeq 2{,}7$.