MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
SECRETARIAT GENERAL
DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
Service d'Appui au Baccalauréat

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2011

A

Série : A

Code matière : 009

Epreuve de : MATHEMATIQUES

Durée: 02 heures 15 minutes

Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

****

N.B : - Les DEUX (02) exercices et le Problème sont obligatoires.
- Machine à calculer scientifique NON programmable autorisée.

Exercice 1 (05 points)

On considère les suites numériques (U_n) $n \in \mathbb{N}$ et (V_n) $n \in \mathbb{N}$ définies respectivement par :

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n + 1) \end{cases} \quad \text{et} \quad V_n = U_n - 1$$

1°) Calculer U_1, V_0 et V_1 (0,25 pt x3)

2°)a) Montrer que (V_n) $n \in \mathbb{N}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ (1pt)

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n (0,5pt+0,5pt)

3°) Soit la suite (W_n) $n \in \mathbb{N}$ définie par : $W_n = \ln V_n$

a) Montrer que (W_n) est une suite arithmétique dont on précisera sa raison et son premier terme. (1pt)

b) Ecrire W_n en fonction de n et calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} W_n$ (1pt + 0,25pt)

Exercice 2 (05 points)

Une boîte contient 10 jetons indiscernables au toucher dont 3 jaunes, 2 rouges et 5 blancs.

1°) On tire au hasard et simultanément 3 jetons de la boîte.

a) Déterminer le nombre de cas possibles. (1pt)

b) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « Obtenir trois jetons de même couleur ». (1pt)

B : « Parmi les trois jetons tirés, deux et deux seulement sont de même couleur ». (1pt)

2°) On tire au hasard et successivement sans remise 3 jetons de la boîte.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « Obtenir dans l'ordre un jeton rouge et deux jetons blancs ». (1pt)

D : « Les deux jetons rouges sont tirés ». (1pt)

NB : On donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.

/...

$\boxed{\ln e^x = x}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

Problème **(10 points)**

A1 A2

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^x\left(e^x - 2\right) - 3$$

On note ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0 ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1cm.

1°) Vérifier que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3$. Interpréter géométriquement ce résultat. (1+0,5pt) (0,5pt)

2°)a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. (1pt) (0,5pt)

b) Sachant que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Que peut- on dire pour la courbe ($\mathscr{C}$) ? (0,75pt) (0,5pt)

3°) Déterminer les coordonnées du point A , intersection de la courbe ($\mathscr{C}$) avec l'axe des abscisses ($x'0x$). (0,75pt) (0,75pt)

4°)a) Vérifier que pour tout réel x de $\mathbb{R}$, $f'(x) = 2e^x\left(e^x - 1\right)$ où f' est la fonction dérivée de f . (1pt) (1pt)

b) Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R}$ (1+0,5pt) (1+0,5pt)

5°) Ecrire une équation de la tangente (T) à ($\mathscr{C}$) au point d'abscisse $x_0 = \ln 3$. (1pt) (1pt)

6°) Montrer que le point $\mathrm{I}\left(-\ln 2 ; -\dfrac{15}{4}\right)$ est un point d'inflexion pour la courbe ($\mathscr{C}$). (1pt) (0,75pt)

7°) Tracer (T) et ($\mathscr{C}$) dans le même repère. (0,5+1pt) 0,5+1pt)

Pour A2 seulement

8°) soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x - 3x$$

a) Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (0,00pt) (1pt)

b) Calculer, en cm², l'aire $\mathscr{A}$ du domaine plan délimité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe ($x'0x$) et les droites d'équations respectives : $x = 0$ et $x = \ln 3$. (0,00pt) (1pt)

On donne : ln2 = 0,7 et ln3 = 1,1

==========================