



A

Série : A

Epreuve de : MATHÉMATIQUES

Durée : 02 heures 15 minutes

Code matière : 009

Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

NB : - Les deux (02) exercices et le problème sont obligatoires.

- L'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable est autorisée.

EXERCICE 1 : (5 points)

On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par son premier terme $U_0 = -4$ et par la relation de récurrence : $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n - 4$.

1) Calculer U_1 et U_2 .

(0,5pt)

2) Soit (V_n) la suite définie par $V_n = U_n + 6$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme V_0 .

(1pt)

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

(1pt)

3) a) Exprimer en fonction de n , les sommes suivantes :

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n.$$

(1pt)

$$\text{et } S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

(1pt)

b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S'_n}{n+1}$

(0,5pt)

EXERCICE 2 (5 points)

L'évolution de la production rizicole y_i en tonnes d'un Petit Périmètre Irrigué (PPI) durant les six années est représentée par le tableau suivant :

ANNEE	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Production en tonnes y_i	65	70	63	68	76	81

1) Construire le nuage des points associé à la série $(x_i ; y_i)$.

Sur l'axe des abscisses : 1 cm pour unité.

Sur l'axe des ordonnées : 60 à l'origine et 1 cm pour 5 tonnes.

(1pt)

2) Calculer les coordonnées du point moyen G.

(0,5pt)

3) En utilisant la méthode de Mayer, déterminer une équation de la droite d'ajustement.

(1,5pts)

/...

4) Tracer cette droite.

(0,5pt)

5) Déterminer graphiquement la production en tonnes du PPI en 2018. Vérifier le résultat à l'aide d'un calcul.

(1,5pts)

PROBLEME (10 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 1 - 2x + e^x$. On note par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 1 cm.

(A₁ ; A₂)

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(0,5pt ; 0,5pt)

b) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = x \left(\frac{1}{x} - 2 + \frac{e^x}{x} \right)$.

(0,5pt ; 0,5pt)

c) Sachant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(0,5pt ; 0,5pt)

2) a) Calculer $f'(x)$.

(1,5pts ; 1pt)

b) Dresser le tableau de variation de f .

(1,5pts ; 1,5pts)

3) a) Déterminer les coordonnées du point A, intersection de (C) avec l'axe $(y'Oy)$.

(0,5pt ; 0,5pt)

b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) en A.

(1pt ; 1pt)

4) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-2x + 1)]$. Que signifie ce résultat pour la courbe (C) ?

(1,5pts ; 1pt)

5) Calculer la valeur exacte de $f(1)$ et celle de $f(2)$.

(0,5pt ; 0,5pt)

6) Tracer (T) et (C) sur l'intervalle $]-\infty ; 2]$.

(2pts ; 1,5pts)

Pour A₂ seulement :

7) a) Calculer une primitive de f sur \mathbb{R} .

; (1pt)

b) En déduire l'aire géométrique en cm^2 , du domaine plan limité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=\ln 2$.

; (0,5pt)

On donne $\ln 2 \simeq 0,7$; $e^2 \simeq 7,4$; $e \simeq 2,7$.
