

**Exercice 1 :.....(5 points)**

1-/  $f$  est la fonction définie sur  $]0 ; +\infty[$  par :  $f(x) = x + \ln(x+1) + \ln x$

a) Calculer  $f'(x)$

b) Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

2-/ Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_0^2 (x^2 - 2x + 3)dx \quad ; \quad B = \int_1^2 (x+1)(x^2 + 2x - 7)dx$$

$$C = \int_2^3 \frac{1}{x^2} dx \quad ; \quad D = \int_1^4 \left(t + \frac{1}{t}\right) dt$$

3-/ Soit la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $I = [2 ; 5]$  par :  $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 5}{x + 4}$

a) Vérifier que sur  $I$ , on a :  $g(x) = x - 2 + \frac{3}{x + 4}$  ;

b) En déduire la primitive  $G$  de  $g$ , telle que :  $G(0) = \ln 2^7$

**Exercice 2 :.....(5 points)**

$P$  est l'application polynôme définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = 8 + 6x - 3x^2 - x^3$ .

1. Vérifier que pour tout nombre réel  $x$ , on a :

$$P(x) = (2 - x)(1 + x)(4 + x)$$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ :

a) L'équation  $P(x) = 0$

b) L'inéquation  $P(x) \geq 0$

3. Résoudre l'équation :  $x \in \mathbb{R}, \quad 8 + \ln x - 3(\ln x)^2 - (\ln x)^3$ .

4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ :

a) L'inéquation :  $x^2 + 3x + 4 \geq 0$ .

b) L'équation :  $\ln 2 + \ln(x^2 + 3x + 4) = 2\ln x + \ln(x + 5)$ .

**Problème :.....(10 points)**

On considère la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par

$$h(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$$

On note  $(\mathcal{C}_h)$  la représentation graphique de  $h$  dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 5cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées.

1-/ Calculer  $h(0)$  ;  $h(\frac{1}{2})$  ;  $h(1)$  ;  $h(\frac{3}{2})$  ;  $h(2)$  ;  $h(\frac{5}{2})$ .

2-/ a) Calculer  $h'(x)$  et étudier son signe ;

b) Déterminer les limites de  $h$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .

3-/ a) Etablir une équation de la tangente  $(T_1)$  à la courbe  $(\mathcal{C}_h)$  au point d'abscisse 0, et une équation de la tangente  $(T_2)$  à  $(\mathcal{C}_h)$  au point d'abscisse  $\frac{3}{2}$ .

b) Quelles sont les coordonnées des points d'intersection de ces deux tangentes ?

c) Tracer soigneusement dans le même repère  $(T_1)$  ;  $(T_2)$  et  $(\mathcal{C}_h)$ .

4-/ Calculer la valeur de l'intégrale :  $A = \int_1^2 h(x)dx$ .