

**SERIES:**

MTE-TSEco-STG

**EXERCICE 1 :** (4points)

1<sup>o</sup>) Résoudre l'équation différentielle :  $3y' + 2y = 0$ .  
Déterminer la solution  $f$  qui vérifie  $f(0) = 3$ .

2<sup>o</sup>) Résoudre l'équation différentielle :  $y'' + 4y = 0$ .

Déterminer la solution  $g$  qui vérifie :  $g(\frac{\pi}{2}) = -1$  et  $g(\frac{\pi}{4}) = 1$ .

3<sup>o</sup>) Calculer  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x g(x) dx$ .

**EXERCICE 2 :** (4 points)

Le prix d'un sac de riz est de 25 000F à la date du 1<sup>er</sup> janvier 1992. Ce prix augmente de 10% par an.

1<sup>o</sup>) On pose  $U_n$  le prix de ce sac au 01/01/(1992+n) ;  $n$  entier naturel.

a) Définir de façon récurrente la suite  $(U_n)$  ; préciser sa nature et donner sa raison.

b) Calculer  $U_{10}$  et  $U_{11}$ .

2<sup>o</sup>) Le salaire mensuel d'un manoeuvre est supposé 5 000F au 1<sup>er</sup> janvier 1992. Il est supposé augmenter de 15% par an.

On pose  $V_n$  le salaire du manoeuvre au 01/01/(1992+n). Exprimer  $V_n$  en fonction de  $n$ . Préciser la nature de  $(V_n)$  et donner sa raison.

3<sup>o</sup>) à partir de quelle année plus de 4 mois de salaire du manoeuvre seront-ils nécessaires à l'achat d'un sac de riz ?

**NB :** (On donne  $\ln(1,15) = 0,14$  ;  $\ln(1,10) = 0,10$  ;  $\ln 5 = 1,60$  ;  $\ln 4 = 1,36$ .)

### **PROBLÈME : (12 points)**

On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \ln(|x^2 - x - 2|)$  où  $\ln$  désigne le logarithme népérien.

1°) Déterminer le domaine de définition  $D_f$  de  $f$  ; calculer les limites aux bornes de ce domaine et étudier les variations de  $f$  .

2°) Soit  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  
Montrer que  $(C)$  admet la droite d'équation  $x = \frac{1}{2}$  pour axe de symétrie.

3°) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de  $(C)$  avec l'axe des abscisses.

4°) Calculer  $f(0)$  ;  $f(\frac{1}{2})$  ;  $f(-\frac{1}{2})$  et  $f(-2)$ .

En donner des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près à l'aide de la table suivante :

X	2	3	4
$\ln x$	0,693	1,099	1,609

5°) Construire  $(C)$  dans  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  avec  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$ .