Exercice 1 : ……………………………………………(6 points)

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x - y + iy = 0 \\ x + y - z = 0 \\ (1+i)x - 2y + z = 2 - 2i \end{cases}$$

2) (x, y, z) étant la solution du système ci-dessus ; on désigne par A, B, C les points du plan d'affixes respectives x, y et z.

a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $Z = \dfrac{z-x}{z-y}$

b) En déduire la nature du triangle ABC puis le construire dans le plan muni d'un repère orthonormé.

3) Calculer $\displaystyle\int_0^2 \left(\frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 2}{x+1} \right) dx$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : y''–2y'+2y = 0.

Déterminer la solution particulière f qui vérifie : $f(0) = 1 \; et \; f'(0) = 2$.

Exercice 2 : ……………………………………………(4 points)

1) (U_n) est une suite arithmétique définie par $U_3 = 2$ et $U_7 = 14$

a) Déterminer la raison r de cette suite, puis exprimer U_n en fonction de n.

b) Calculer $S = U_2 + U_3 + U_4 + \ldots + U_{20}$.

2) Une urne contient 5 boules rouges et 7 boules blanches indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 5 boules de l'urne.

Déterminer le nombre de tirages contenant :

a) 3 boules rouges et 2 boules blanches.

b) 3 boules blanches et 2 boules rouges.

c) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $4C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0$.

Problème : ……………………………………………(10 points)

1) On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} + \ln x$$

a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
b) Calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$ et étudier les variations de f.
c) Calculer $f(1)$. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

2) Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = |x-1| \times \ln x$

a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g et écrire g(x) sans le symbole valeur absolue.
b) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
c) Etudier les variations de g (on utilisera la question 1°)
d) La fonction g est-elle dérivable au point 1 ? si oui, calculer g'(1).
e) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$) de g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

3) a) Prouver que g réalise une bijection de $\mathbb{R}_+$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) La bijection réciproque g^{-1} est-elle dérivable en 0 ? justifier votre réponse.

4) Représenter dans le même repère que ($\mathcal{C}$) la courbe ($\mathcal{C}$') de g^{-1}.

5) a) Hachurer le domaine plan ($\mathcal{D}$) limité par la courbe ($\mathcal{C}$) de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations : x = 1 et x = e.

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine ($\mathcal{D}$).