

SERIES: SHT - TSS**Exercice 1 :.....(6 points)**

1-/ Calculer les intégrales suivantes

$$\int_{-1}^1 (x^3 - x)dx ; \quad \int_{-1}^1 \frac{4}{(3-2x)^5} dx ; \quad \int_{-2}^2 (x^2 + 1)dx ; \quad \int_{-2}^0 e^{-2x} dx$$

2-/ a-/ Résoudre dans \mathbb{R} :

$$\ln(2x^2 - 3x + 2) - \ln(4x - 5) = 0$$

$$(\ln)^2 - 10(\ln x) + 9 = 0 \text{ (on pourra résoudre l'équation } X^2 - 10x + 9 = 0 \text{)}$$

$$\text{b-/ On donne } P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 8x + 3.$$

Calculer $P(1)$ puis factoriser $P(x)$ sous la forme $(x - 1)(ax^2 + bx + c)$ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $P(x) = 0$.En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation : $2e^{3x} + 3e^{2x} - 8e^x + 3 = 0$.**Exercice 2 :.....(4 points)**

$$1-/ \text{ a-/ Résoudre dans } \mathbb{N} \text{ l'équation } C_n^3 - C_n^2 = \frac{n^3 - 6n^2 + 30}{6}$$

$$\text{b-/ Calculer } A = A_5^3 + A_3^2 - A_7^3 ;$$

2-/ On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ telle que :

$$f(0) = 2 ; f(-2) = -2 ; f'(0) = f'(-2) = 0.$$

a-/ Déterminer l'ensemble de définition de f ;b-/ Calculer $f'(x)$ c-/ Vérifier que : $a = b = c = 1$.d-/ Prouver que la droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe (\mathcal{C}) de f .

Problème :.....(10 points)

1-/ Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $-x^2 + 1 \geq 0$. En déduire les solutions de l'équation : $-(\ln x)^2 + 1 = 0$ et de l'inéquation : $-(\ln x)^2 + 1 \geq 0$.

2-/ Soit la fonction f définie sur $]0 ; e^2]$ par $f(x) = -\frac{1}{3}(\ln x)^3 + \ln x$.

a-/ Calculer $f(e)$ et $f(e^2)$. Résoudre dans \mathbb{R} $f(x) = 0$.

b-/ Calculer la limite de f en 0 (on pourra factoriser $f(x)$).

c-/ Calculer $f'(x)$, étudier les variations de f sur l'intervalle $]0 ; e^2]$ (utiliser les résultats de la 1^{ère} question).

d-/ Ecrire l'équation de la tangente à la courbe (\mathcal{C}) de f en chacun des points d'abscisse 1 et e^2 .

e-/ Tracer la courbe de f ainsi que les deux tangentes dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.