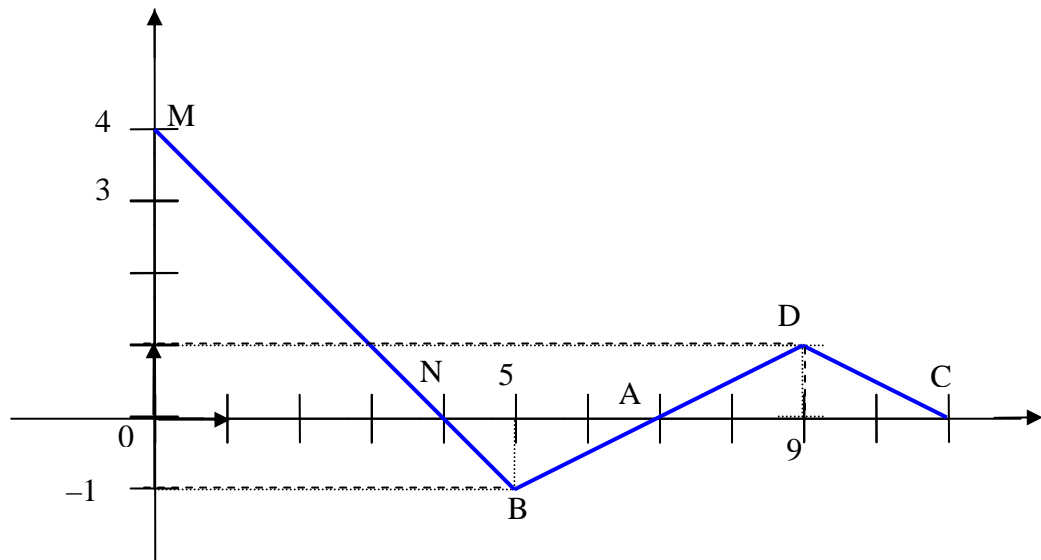


**EXERCICE 1 :** (4pts)

$f$  est la fonction affine par morceau représentée ci-dessus dans un repère orthonormal :

Les points M, B, D, C sont donnés par leurs coordonnées :

$M(0 ; 4)$  ,  $B(5 ; -1)$  ,  $D(9 ; 1)$  ,  $C(11 ; 0)$

a-/ Donner les expressions de  $f(x)$  sur chacun des intervalles :

$[0 ; 5]$      $[5 ; 9]$  et  $[9 ; 11]$

En déduire les abscisses des points N et A mentionnés sur la figure.

b-/ Calculer les valeurs exactes des intégrales suivantes :

$$I = \int_7^{11} f(x) dx ; \quad J = \int_0^5 f(x) dx ; \quad K = \int_0^7 f(x) dx ; \quad L = \int_0^{10} f(x) dx$$

**EXERCICE 2 :** (6pts)

1-/ Soit la suite  $(U_n)$  de premier terme  $U_0$  définie par :

$$U_{n+1} = U_n + a U_n \quad \text{où } a \text{ est un nombre réel.}$$

a-/ Montrer que  $(U_n)$  est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b-/ Exprimer  $U_n$  en fonction de  $U_0$ ,  $a$  et  $n$ .

**2-/** On considère les suites  $(V_n)$  et  $(W_n)$  définies par :

$$V_n = (1+b)^n V_0 \quad \text{où } V_0 \text{ est le premier terme et } b \text{ un nombre réel.}$$

$$W_n = U_n - V_n$$

**a-/** Exprimer  $W_n$  en fonction de  $U_0$  ;  $V_0$  ;  $a$  ;  $b$  ; et  $n$ .

**b-/** On pose  $U_0 = 100.000$  ;  $V_0 = 20.000$  ;  $a=0,01$  et  $b= 0,02$

Montrer que :  $V_n > W_n$  équivaut à  $\left(\frac{102}{101}\right)^n > \frac{5}{2}$

En déduire la valeur de  $n$  à partir de laquelle on a :  $V_n > W_n$

**3-/** En l'an 2000, une ville comptait 100.000 habitants dont 20.000 étrangers. Cette ville voit sa population augmentée de 1% par an et celle de sa communauté étrangère de 2%.

**a-/** Recopier et compléter le tableau suivant :

	Année 2000	Année 2001	Année 2002
Rang de l'année	0	1	2
Population totale	100.000		
Population étrangère	20.000		
Population autochtone			

**b-/** Pour l'année de rang  $n$ , avec  $n$  entier naturel, on note :  $P_n$ , la population totale de la ville ;  $E_n$ , la population étrangère ;  $A_n$ , la population autochtone (c'est-à-dire la population originaire de la ville).

Exprimer  $P_n$ ,  $E_n$ , et  $A_n$  en fonction de  $n$ .

**c-/** La population étrangère peut-elle dépasser la population autochtone ? Si oui, à partir de quelle année ?

## **PROBLEME :**

**A-/**

**1-/** On considère la fonction  $f$  définie sur  $0 ; 1$  par :  $f(x) = \frac{-1}{2}x^2(x-3)$

**a-/** Étudier les variations de  $f$  ; Dresser son tableau de variation et représenter sa courbe ( $\mathcal{C}$ ) dans un repère orthonormé (on prendra pour unité 10cm).

**b-/** Représenter dans le même repère la droite ( $\mathcal{D}$ ) d'équation  $y = x$ .

**c-/** Résoudre dans  $[0 ; +\infty[$  l'inéquation :  $y - f(x) \leq 0$

En déduire la position de la courbe ( $\mathcal{C}$ ) par rapport à la droite ( $\mathcal{D}$ ) dans  $[0 ; 1]$ .

**d-/** Calculer l'aire  $A$  du domaine compris entre la courbe ( $\mathcal{C}$ ) et la droite ( $\mathcal{D}$ ).

**2-/** Soit la fonction  $g$  définie sur  $[0 ; 1]$  par  $g(x) = 3x + 2 + \frac{4}{x-2}$

**a-/** Étudier les variations de  $g$  ; Dresser son tableau de variation et représenter sa courbe ( $\Gamma$ ) dans le même repère que ( $\mathcal{C}$ ).

**b-/** Soit la fonction  $h$  définie sur  $[0 ; 1]$  par :  $h(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2x + 4\ln|x-2| + 7$

Vérifier que  $h$  est une primitive de  $g$ .

**c-/** Calculer l'aire  $\mathcal{B}$  du domaine compris entre la courbe ( $\Gamma$ ) et la droite ( $\mathcal{D}$ ).

**d-/** Comparer les aires  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$ .

**B-/**

**1-/** La fonction  $f$  décrit la distribution de la masse salariale de l'entreprise **BABLÉ** entre ses salariés, classés suivant le montant croissant de leur salaire.

Sa courbe ( $\mathcal{C}$ ) représente la courbe de concentration (ou **courbe de Gini**) de la masse salariale de l'entreprise.

$f(x)$  désigne le pourcentage de la masse salariale perçue par le pourcentage  $x$  des employés les moins payés.

Ainsi, le pourcentage de la masse salariale perçue par 10% des employés les moins payés est donné par  $f(0,1)$ .

**a-/** Déterminer le pourcentage de la masse salariale perçue par :

10% des employés les moins payés

20% des employés les moins payés

**b-/** Calculer et interpréter  $f(0,5)$  ;  $f(0,65)$  ;  $f(0,1)$  ;  $f(0)$  ; et  $f(1)$  .

**2-/** On appelle indice de Gini ou indice de concentration, le rapport  $\frac{a}{A}$  ou  $A$

désigne l'aire du domaine compris entre la courbe ( $\mathcal{C}$ ) et la droite et  $a$  l'aire du triangle AOB avec  $A(0 ; 1)$ ,  $O(0 ; 0)$ ,  $B(1 ; 1)$ .

Plus l'indice est grand, plus la courbe ( $\mathcal{C}$ ) s'éloigne de la droite ( $\mathcal{D}$ ) et plus la répartition des salaires est inégale.

**a-/** Interpréter le cas d'une distribution dont la courbe ( $\mathcal{C}$ ) est confondue avec la droite ( $\mathcal{D}$ ).

**b-/** Calculer l'indice de Gini pour l'entreprise **BABLÉ**.

**3-/** Pour l'entreprise **BAFING**, la distribution de la masse salariale entre ses salariés est modélisée par la fonction  $g$  définie sur  $[0 ; 1]$  par :

$$g(x) = 3x + 2 + \frac{4}{x-2}$$

Calculer l'indice de Gini pour l'entreprise **BABLÉ** et **BAFING**

**4-/** Laquelle des deux entreprises **BABLÉ** et **BAFING** a une meilleure répartition des salaires ?.