

**SERIES:** MTE-TSEco-STG

### **EXERCICE 1 :** (4pts)

1) On considère la fonction  $f$  définie sur  $]2; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x - 2}$ .

a) Montrer que  $f(x) = -x + 3 + \frac{2}{x - 2}$  pour tout  $x \in ]2; +\infty[$

b) Soit  $\alpha$  un nombre réel tel que :  $2 \leq \alpha \leq 4$

Calculer  $H(\alpha) = \int_{\alpha}^4 f(x) dx$ .

Calculer  $\lim_{x \rightarrow 2} H(x)$ .

2) a) Montrer que pour tout nombre réel  $x$  on a :

$$\frac{1}{(e^x + 1)^2} = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$$

b) Calculer l'intégrale  $I = \int_0^1 \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx$ .

c) Résoudre l'équation différentielle :  $y'' - 2y' - 3y = 0$ .

### **EXERCICE 2 :** (6pts)

Soient  $Z_0, Z_1, Z_2, Z_3$  quatre nombres complexes tels que :

$$Z_1 = iZ_0, \quad Z_2 = iZ_1, \quad \text{et} \quad Z_3 = iZ_2.$$

1) Vérifier que  $Z_2 = -Z_0$  et  $Z_3 = -Z_1$  ;

2) On pose  $z_0 = 1 + i$  ;

a) Ecrire  $z_1$  ;  $z_2$  et  $z_3$  sous la forme  $x + iy$  où  $x$  et  $y$  sont des réels.

b) Calculer les modules de  $z_0$  ;  $z_1$  ;  $z_2$  et  $z_3$ .

c) Montrer que  $z_0$  ;  $z_1$  ;  $z_2$  et  $z_3$  sont les solutions complexes de l'équation :  $(z^2 - 2iz - 2)(z^2 + 2iz - 2) = 0$

d) Placer dans le plan complexe les points A, B, C, et D d'affixes respectives  $z_0$  ;  $z_1$  ;  $z_2$  et  $z_3$ . Démontrer que le quadrilatère ABCD est un carré.

## **Problème :**

En janvier 2004 monsieur Dicko présente sa candidature chez deux employeurs A et B. l'employeur A lui propose un salaire annuel de  $420\,000F$  et une augmentation annuelle de  $30\,000F$ .

L'employeur B propose le même salaire annuel de  $420\,000F$  et une augmentation annuelle de 5% à partir du salaire annuel en cours.

Monsieur DICKO fait un calcul rapide sur trois ans (2005 ; 2006 et 2007) et choisit l'emploi A.

1-/ Reproduire le tableau suivant et le compléter en calculant pour chacun des deux emplois les salaires annuels successifs que Monsieur Dicko percevra jusqu'en 2007.

| <div>Salaires</div> <div>Emplois</div> | en 2004 | en 2005 | en 2006 | en 2007 |
|--|---------|---------|---------|---------|
| <b>A</b>                               |         |         |         |         |
| <b>B</b>                               |         |         |         |         |

Son choix se justifie-t-il ?

2-/ Pour l'emploi A, on note  $U_0 = 420\,000F$  le salaire annuel à percevoir en 2004 ;  $U_1$  le salaire annuel en 2005 ; ..... ;  $U_n$  le salaire annuel en  $(2004 + n)$ .

a) Donner les valeurs de  $U_1$  ;  $U_2$  et  $U_3$ .

b) A partir de quelle année  $n$  environ le salaire de l'emploi A serait égal à  $840\,000F$  ?.