

SERIES: MTE-TSEco-STG

EXERCICE 1 : (4pts)

1) On considère la fonction f définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \frac{-x^2 + 5x - 4}{x - 2}$.

a) Montrer que $f(x) = -x + 3 + \frac{2}{x - 2}$ pour tout $x \in]2; +\infty[$

b) Soit α un nombre réel tel que : $2 \leq \alpha \leq 4$

Calculer $H(\alpha) = \int_{\alpha}^4 f(x) dx$.

Calculer $\lim_{x \rightarrow 2} H(x)$.

2) a) Montrer que pour tout nombre réel x on a :

$$\frac{1}{(e^x + 1)^2} = 1 - \frac{e^x}{e^x + 1} - \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$$

b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^1 \frac{1}{(e^x + 1)^2} dx$.

c) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' - 3y = 0$.

EXERCICE 2 : (6pts)

Soient Z_0, Z_1, Z_2, Z_3 quatre nombres complexes tels que :

$$Z_1 = iZ_0, \quad Z_2 = iZ_1, \quad \text{et} \quad Z_3 = iZ_2.$$

1) Vérifier que $Z_2 = -Z_0$ et $Z_3 = -Z_1$;

2) On pose $z_0 = 1 + i$;

a) Ecrire z_1 ; z_2 et z_3 sous la forme $x + iy$ où x et y sont des réels.

b) Calculer les modules de z_0 ; z_1 ; z_2 et z_3 .

c) Montrer que z_0 ; z_1 ; z_2 et z_3 sont les solutions complexes de l'équation : $(z^2 - 2iz - 2)(z^2 + 2iz - 2) = 0$

d) Placer dans le plan complexe les points A, B, C, et D d'affixes respectives z_0 ; z_1 ; z_2 et z_3 . Démontrer que le quadrilatère ABCD est un carré.

Problème :

En janvier 2004 monsieur Dicko présente sa candidature chez deux employeurs A et B. l'employeur A lui propose un salaire annuel de $420\ 000F$ et une augmentation annuelle de $30\ 000F$.

L'employeur B propose le même salaire annuel de $420\ 000F$ et une augmentation annuelle de 5% à partir du salaire annuel en cours.

Monsieur DICKO fait un calcul rapide sur trois ans (2005 ; 2006 et 2007) et choisit l'emploi A.

1-/ Reproduire le tableau suivant et le compléter en calculant pour chacun des deux emplois les salaires annuels successifs que Monsieur Dicko percevra jusqu'en 2007.

Salaires Emplois	en 2004	en 2005	en 2006	en 2007
A				
B				

Son choix se justifie-t-il ?

2-/ Pour l'emploi A, on note $U_0 = 420\ 000F$ le salaire annuel à percevoir en 2004 ; U_1 le salaire annuel en 2005 ; ; U_n le salaire annuel en $(2004 + n)$.

a) Donner les valeurs de U_1 ; U_2 et U_3 .

b) A partir de quelle année n environ le salaire de l'emploi A serait égal à $840\ 000F$?.