

**EXERCICE 1 : (4 points)**

1° Calculer les intégrales suivantes :

$I = \int_1^2 \frac{2}{x^2 + 2x} dx$ , (On pourra décomposer  $\frac{2}{x^2 + 2x}$  sous la forme  $\frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$  où a et b sont deux réels que l'on déterminera).

$$J = \int_0^1 \sqrt{3x+1} \, dx \quad K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \, dx$$

2° Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{N}$  des entiers naturels. L'équation d'inconnue n :

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 387n$$

**EXERCICE 2 : (6 points)**

I-1° Dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes associés au plan affine  $\mathcal{P}$  rapporté au repère orthonormé  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  on donne les complexes  $z_1$  et  $z_2$  définis par :  $z_1 = \frac{i-13}{-12+14i}$  et  $z_2 = \frac{2i+1}{1-3i}$

a) Ecrire  $z_1$  et  $z_2$  sous forme algébrique :  $a + ib$  ; puis déterminer le module et un argument de chacun d'eux.

b) On désigne par A le point d'affixe  $z_1$  et B le point d'affixe  $z_2$ , déterminer le module et un argument de  $\frac{z_1}{z_2}$  et en déduire la nature du triangle AOB.

II- 1° Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle (E):  $y'' + \frac{1}{9}y = 0$

2° a) Trouver la fonction  $f$  solution particulière de (E)

vérifiant  $f(0) = -\sqrt{3}$  et  $f(\frac{3\pi}{2}) = 1$

b) Trouver les réels r et  $\omega$  strictement positifs et  $\varphi \in ]-\pi; \pi]$  tel que :

$$f(x) = r \cos(\omega x + \varphi)$$

3° Trouver la solution g de (E) vérifiant :  $g(0) = 2$  et  $g(\frac{3\pi}{2}) = 0$ .

4° Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $f(x) = g(x)$ .

### **PROBLÈME : (10 points)**

1°) On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-2\}$  par :  $f(x) = \frac{1}{|x+2|} - x$  ;

$C_f$  est la courbe représentant ses variations dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (Unité graphique 2cm).

- a) Ecrire  $f(x)$  sans le symbole de la valeur absolue.
- b) Etudier les limites de  $f(x)$  aux bornes de l'ensemble de définition, on précisera les asymptotes à  $C_f$ .
- c) Calculer la fonction dérivée de  $f$ , déduire les variations de  $f$  et tracer  $C_f$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .
- d) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $f(x) = 0$ .

2°)  $F$  est la fonction définie sur  $] -2 ; +\infty[$  par  $F(x) = \ln(x+2) - \frac{1}{2}(x^2 - 1)$ .

- a) Vérifier que  $F$  est la primitive de  $f$  sur  $] -2 ; +\infty[$  [qui s'annule en  $-1$ .
- b) Etudier les limites de  $F(x)$  aux bornes de son ensemble de définition.
- c) Dresser le tableau de variation de  $F$  et tracer sa courbe  $(\Gamma)$  dans un repère autre que celui qui a servi pour tracer  $C_f$ .
- d) Préciser les ordonnées des points d'abscisses 1 et 2 de cette courbe  $(\Gamma)$ .