EXERCICE 1 …………….. **(5 points)**

Une observation faite par un journal sur ses abonnés a permis de constater, pour chaque année un taux de réabonnement de 80% ainsi que l'apparition d'environ 5 000 nouveaux abonnés. On note a_n le nombre des abonnés après n années et on précise que $a_0 = 10\,000$.

1-/ Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}8a_n + 5000$. [*1pt*]

2-/ Soit (U_n) la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n = 25000 - a_n$.

a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n. [*1 pt*]
b) Déduire que(U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. [*1pt*]
c) Soit $n \in \mathbb{N}$, exprimer U_n en fonction de n. En déduire l'expression de a_n en fonction de n. [*1pt*].

3-/

a-/ Résoudre pour $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation $25\,000 - 15\,000 \times (0{,}8)^x > 22\,000$. [*0,5pt*].
b-/ En déduire le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'abonnés dépasse 22 000. [*0,5pt*].

EXERCICE 2……………….. **(5 points)**

A-/ Une population comprend *n* hommes et *n* femmes.
On choisit au hasard un échantillon de n personnes. On appelle x la variable aléatoire égale au nombre de femmes obtenues.

1-/ Déterminer x(Ω) ensemble des valeurs prises par x. [*0,5pt*].

2-/ Déterminer la loi de probabilité de x. [*0,5pt*].

En déduire la relation : $\sum_{k=0}^{n}\left(C_n^k\right)^2 = C_{2n}^n$.[*0,5pt*].

3-/ On suppose ici *n = 5* , calculer l'espérance de x, sa variance et son écart type. [*0,75pt*].

B-/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\ \right)$.
On considère la parabole ($\mathcal{P}$) d'équation : $y^2 = 8x$.

1-/ a/ Préciser les éléments caractéristiques de ($\mathcal{P}$) (paramètre, Sommet, foyer et directrice). [*0,75pt*].

b-/ Construire ($\mathcal{P}$) et ses éléments caractéristiques. [*0,5pt*].

2-/ Ecrire l'équation de la tangente à ($\mathcal{P}$) au point A (2 ; 4). [*0,5pt*].

C-/ Soient les points A , B, C d'affixes respectives 1, i et –i. Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S de centre B et qui associe le point A au point C. Caractériser la similitude S. [*1pt*].

Problème (10 points)

On considère les foncions numériques f_m de la variable réelle x définie par $f_m(x) = e^{x-1} - mx$, où m est un paramètre réel. On désigne par ($\mathcal{C}_m$) la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé $\left(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\ \right)$ (unité $2cm$).

1-/ Montrer que toutes les courbes ($\mathcal{C}_m$) passent par un point fixe A dont on déterminera les coordonnées. [*1,5pt*].

2-/ Montrer que la droite (Δ_m) d'équation : $y = -mx$ est une asymptote à la courbe ($\mathcal{C}_m$) et déterminer la position de cette droite par rapport à ($\mathcal{C}_m$). [*2pts*].

3-/ Etudier la fonction f_1 et tracer avec soin la courbe ($\mathcal{C}_1$) dans le repère. [*3pts*].

4-/ Soit g_1 la restriction de f_1 à [1 ; +∞[. Montrer que g_1 admet une réciproque $(g_1)^{-1}$. Représenter la courbe de $(g_1)^{-1}$. [*2pts*].

5-/ Calculer en cm^2 l'aire A(α) de la portion du plan limitée par ($\mathcal{C}_1$), la droite $\Delta_1 : y = -x$, et les droites d'équations respectives : x =1 et x = α, ($\alpha < 1$). [*1,5pt*].