Exercice 1 : (5points)

1°/ On considère dans le plan les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + i \; ; \; b = 1 + (1+\sqrt{3})i \; ; \; c = (1+\sqrt{3})i.$$

a.) Déterminer le module de chacun des nombres complexes suivants :

$a - b$; $c - a$ et $c - b$ *(1,5pt)*

b.) En déduire la nature du triangle ABC *(0,5pt)*

2°/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$.

Soit les points $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$; $B\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$ et $C(0;-1)$

On considère l'application s du plan complexe dans lui-même qui au point M d'affixe z associe le point M**'** d'affixe z**'** tel que $z' = (1 + i\sqrt{3})z$

a.) Déterminer les affixes des points A**'**, B**'** et C**'** images respectives des points A, B et C par s. *(1,5pts)*

b.) Construire dans le plan muni du repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ les points A, B, C et leurs images A**'**, B**'**, C**'** par s. *(1,5pts)*

Exercice 2 : [*5points*]

1°/ Soit la suite (U_n) définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n = e^{2n+1}$.

a.) Calculer U_0, U_1, U_2. *(1pt)*

b.) Préciser la nature et la raison de la suite (U_n). *(1pt)*

c.) Calculer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots + U_n$ *(0,5pt).*

TSVP 🕮

2°/ Dans un centre sportif il y a N étudiants dont :

200 pratiquent du football ;

un tiers pratique du basket-ball;

un dix-huitième pratique les deux sports ;

un sixième ne pratique ni l'un ni l'autre.

a.) Traduire les informations ci-dessus sous forme d'équations permettant de calculer N puis déterminer sa valeur. *(1pt)*

b.) Déterminer la probabilité pour qu'un sportif choisi au hasard dans ce centre:

– soit à la fois footballeur et basketteur. *(0,5pts)*
– ne soit ni footballeur ni basketteur. *(0,5pts)*
– soit seulement footballeur. *(0,5pt)*

Problème :____ [*10points*]

A-//

1°/ On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - y = 4x\, e^x$

Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par $g(x) = (ax^2 + bx)e^x$ soit solution de (E). *(1,5pt)*

2°/ Vérifier qu'une fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) équivaut à $f - g$ est solution de l'équation (E') : $y'' - y = 0$ *(1pt)*

3°/ Résoudre (E') puis en déduire la solution générale de (E). *(1,5pt)*

B-//

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x$ de courbe représentative $(\mathcal{C})$ dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ (unité 1cm).

1°/ Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat.

Déterminer la limite de f en $+\infty$. *(1,5pt).*

2°/ Calculer la fonction dérivée de f puis dresser son tableau de variation. *(1,5pts)*

3°/ Déterminer une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1. *(1pt)*

4°/ Tracer $(\mathcal{T})$ et $(\mathcal{C})$ dans le repère $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$. *(2pts)*