Exercice 1 ....(6 pts)

Le tableau suivant donnant les variations de la fonction f définie et dérivable sur $[-3\ ;\ 4]$ est incomplet :

x	-3	-2	-1	2	3	4
Signe de $f'(x)$		0			0	
Variation de f		1		4		2
	-2		-1		-2	

1-/ Recopier et compléter le tableau de f en remplissant la ligne «signe de $f'(x)$ ».

2-/ Déterminer les ensembles pour lesquelles on a :

a-/ $f'(x) > 0$

b-/ $f'(x) < 0$

c-/ $f'(x) = 0$

3-/ L'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$.

a-/ Indiquer le nombre de solution de l'équation

b-/ Situer chacune de ces solutions en indiquant l'intervalle qui la contient (*deux solutions ne doivent pas appartenir à un même intervalle*).

c-/ Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse (-1).

TSVP ☛

Exercice 2 ....(6 pts)

1-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a-/ $\dfrac{2z+1}{2iz+1} = \dfrac{2iz+3i}{1-z}$.

b-/ $2z + \bar{z} - iz - 7 - i = 0$.

c-/ $z^2 + (1+\sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$ On remarquera que : $(1+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$

2-/ a-/ Résoudre l'équation différentielle (E) : $9y'' + 16y = 0$.

b-/ Déterminer la solution particulière f de l'équation (E) dont la courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal, passe par le point $A\left(\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à $-\dfrac{16}{3}$.

c-/ Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = 4\cos(\dfrac{4}{3}x - \dfrac{\pi}{6})$.

d-/ – Démontrer que $\dfrac{3\pi}{2}$ est une période pour f.

– Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; \dfrac{3\pi}{4}]$.

Problème ....(8 pts)

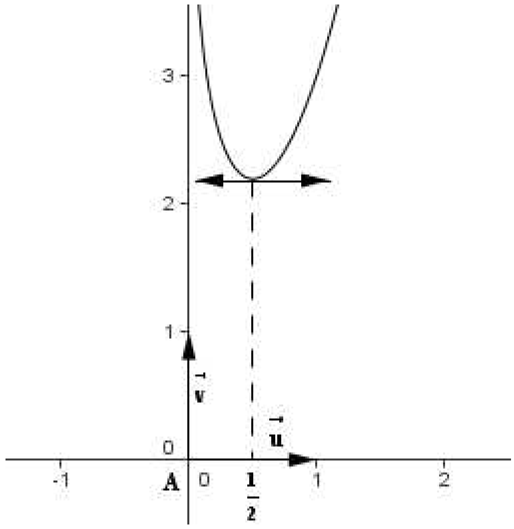
I-/

La courbe ci-contre représente, dans un repère orthogonal (A ; $\vec{u}$; $\vec{v}$), la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par :

$$g(x) = 2x^2 + 1 - \ln x.$$

Quel est, en justifiant la réponse, le signe de $g(x)$ pour $x > 0$?

(*1pt*)



II-/

f est la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = 2x + \dfrac{\ln x}{x}$

$(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$), d'unités graphiques 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée.

1-/ Déterminer la limite de f en 0. (*0,5pt*)

2-/ Calculer $f'(x)$ et vérifier que : $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

Déduire de la question I-/ le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f. (*1,5pt*)

3-/ Soit (D) la droite d'équation $y = 2x$.

a-/ Calculer les coordonnées du point B, intersection de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite (D). (*0,5pt*)

b-/ Déterminer une équation de la tangente en B à $(\mathcal{C})$. (*1pt*)

c-/ Étudier la position relative de la courbe $(\mathcal{C})$ et de la droite (D). (*1pt*)

4-/ Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ et la droite (D). (*1,5pt*)

5-/ Calculer l'aire du domaine délimité par : la courbe $(\mathcal{C})$, la droite (D) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = e$. (*1pt*)