BAC 2015

SÉRIE : *STI*

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussi pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 /[*5 points*]

I-/ a) Dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé, donnez l'expression analytique de la symétrie orthogonale $\mathcal{S}$ d'axe la droite d'équation $y = -x+1$. **(1pt)**

b) On considère la parabole $(\mathcal{H})$ d'équation $y = x^2 - 1$. Donnez l'équation de l'image de $(\mathcal{H})$ par la symétrie $\mathcal{S}$ **(1pt)**

c) Construire $(\mathcal{H})$ et son image dans le même repère. **(1pt)**

II-/ Soient A, B et C 3 points non alignés d'un plan $\mathcal{P}$ et α un nombre réel. A tout point M de $\mathcal{P}$ on associe par l'application f_α le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = (2-\alpha)\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + (1+2\alpha)\overrightarrow{MC}.$$

Préciser, suivant les valeurs de α la nature et les éléments caractéristiques de l'application f_α. **(2pts)**

Exercice 2 /[*5 points*]

I-/ On considère le nombre complexe $z = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

1°/ Calculez z^2 et z^4. **(1pt)**

2°/ Calculez le module et un argument de z^4. En déduire le module et un argument de z **(1,5pt)**

3°/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{u},\vec{v})$ Soit M(x ; y) un point du plan d'affixe le complexe $a = x + iy$. Déterminez l'ensemble des points M du plan tels que le module de az soit égal à 8 où z est le complexe défini précédemment. **(1,5pt)**

TVP

II-/ Trois villages désignés par les lettres A, B et C sont disposés en triangle comme suit : le village A est à 4 km de B, à 3 km de C et le village B est à 5 km de C.

Ces trois villages décident de creuser un forage situé à égale distance des villages, déterminez son emplacement en précisant la distance qui le sépare de chacun des villages. **(1pt)**

Problème / [*10 points*]

A-// **1°/** Résoudre l'équation différentielle (**E**) : $y'' = (x + 2)e^{x}$ **(1pt)**

2°/ Déterminez la solution de (**E**) vérifiant $y(0) = y'(0) = 1$ **(0,5pt)**

B-// On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = 1 + x\,e^{x}$

1°/ a) Calculez les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,5pt)**

b) Calculez $f'(x)$ puis dressez le tableau de variation de f. **(1pt)**

c) En déduire le signe de $f(x)$ en fonction de x. **(0,5pt)**

2°/ Soit g la fonction définie sur IR. par : $g(x) = (1 - x)(1 + e^{x})$.

On appelle $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de g dans un repère orthonormé. (Unité graphique 1cm)

a) Déterminez les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **(0,5pt)**

b) Démontrez que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à $(\mathcal{C})$ en $-\infty$. Etudiez la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à (Δ). **(0,5pt)**

c) Calculez g' et montrez que $g' = -f$ **(0,5pt)**

d) Dressez le tableau de variation de g **(0,5pt)**

3°/ On pose $\varphi(x) = g(x) - x$. **(0,5pt)**

a) Calculez φ' puis dressez le tableau de variation de φ. **(0,5pt)**

b) Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in\ ]0,7\ ;\ 0,8[$ **(0,5pt)**

c) Déterminez un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} **(0,5pt)**

d) Vérifiez que $g(\alpha) = \alpha$. **(0,5pt)**

4°/ Tracez $(\mathcal{C})$ et son asymptote (Δ) dans le même repère. **(1pt)**

5°/ β étant un nombre réel inférieur à 1.

a) Calculez en fonction de β, l'aire $A(\beta)$ de la partie du plan comprise entre $(\mathcal{C})$, (Δ) et les droite d'équation $x = \beta$. **(0,5pt)**

b) Calculez $\lim\limits_{\beta \to -\infty} A(\beta)$. **(0,5pt)**