BAC 2015

SÉRIE : *TSE*

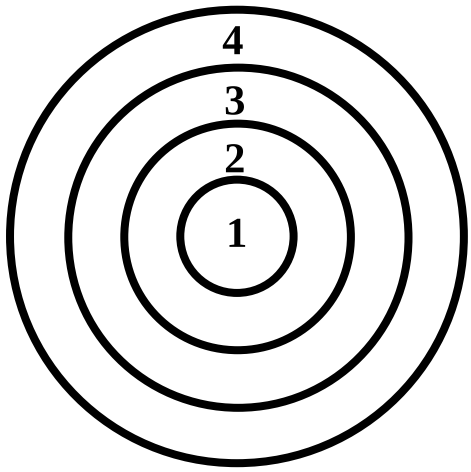
Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend trois pages de 1/3 à 3/3. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussi pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 / [*5 points*]

I-/ Une cible est constituée de cercles concentriques de rayons respectifs 1, 2, 3, 4 déterminant 4 zones numérotées (1), (2), (3), (4) (chaque zone est une couronne), on considère l'extérieur de la cible comme une 5$^{\text{ème}}$ zone.

1°/ Un joueur lance une flèche. La probabilité d'atteindre l'une des zones 1, 2, 3, 4 est proportionnelle à l'aire de cette zone. (**Rappel** : l'aire d'un disque de rayon **r** est **A=** $\boldsymbol{\pi r^2}$). Montrez que les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 d'atteindre respectivement les zones (1), (2), (3), (4) sont égales à K, 3K, 5K, 7K où K est un nombre que l'on ne demande pas de calculer dans cette question. **(1,5pt)**

2°/ – Si la flèche touche la zone (1), le joueur gagne 4 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (2), le joueur gagne 3 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (3), le joueur gagne 2000F CFA
– Si la flèche touche la zone (4), le joueur gagne 1 000 FCFA
– Si la flèche touche la zone (5), le joueur perd 30 000 FCFA.
On suppose que l'espérance mathématique de X est nulle.
On appelle X le gain obtenu à l'issue d'une partie (lancée d'une flèche)



a) Déterminez les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4 et la probabilité p_5 de manquer la cible. **(1,5pt)**

b) Donnez sous forme de tableau la loi de probabilité de X. **(1pt)**

II-/ Trois villages désignés par les lettres A, B et C sont disposés en triangle comme suit : le village A est à 4 km de B, à 3 km de C et le village B est à 5 km de C.

Ces trois villages décident de creuser un forage situé à égale distance des villages, déterminez son emplacement en précisant la distance qui le sépare de chacun des villages. **(1pt)**

TSVP

Exercice 2 / [*5 points*]

I-/ α et β sont deux entiers naturels et N = $2^{\alpha} \times 3^{\beta}$ tels que le nombre de diviseurs de N^2 est le triple du nombre de diviseurs de N.

1°/ Prouvez que (α – 1)(β – 1) = 3. **(1pt)**

2°/ Déduisez en les valeurs de *N*. **(0,5pt)**

II-/ Le plan affine est muni d'un repère orthonormé **(**O **;** $\vec{u}$ **;** $\vec{v}$ **)** et **C** désigne l'ensemble des nombres complexes. Soient A, B et C trois points d'affixes respectives

$a = -1 + 3i$, $b = -4 + 2i$ et $c = 1 + 4i$.

Soit *f* la transformation du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe *z* associe le point M**'** d'affixe *z*' définie par : $z' = (2 - 2i)z + 1$.

1°/ Déterminez la nature et les éléments caractéristiques de *f*. **(1pt)**

2°/ Déterminez l'affixe du point B**'** image de B par la transformation *f*. vérifiez que les vecteurs $\vec{CA}$ et $\vec{CB'}$ sont orthogonaux. **(0,5pt)**

3°/ Soit M(*x* ;*y*) où *x* et *y* sont des entiers relatifs et M**'** son image par *f*. Montrez que les vecteurs $\vec{CM'}$ et $\vec{CA}$ sont orthogonaux si et seulement si $x + 3y = 2$. **(1pt)**

4°/ Résoudre dans Z×Z l'équation $x + 3y = 2$ et en déduire l'ensemble des points M dont les coordonnées sont des entiers appartenant à [–5 ; 5] **(1pt)**

Problème / [*10 points*]

A-//. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) .

1°/ On désigne par M(*x* ; *y*) un point du plan, $M_1(x_1 ; y_1)$ son image par la symétrie orthogonale d'axe la droite d'équation $y = x$ et M'(*x*' ; *y*') l'image de M_1 par la symétrie orthogonale d'axe (O ; $\vec{i}$).

a) Exprimez *x*' et *y*'en fonction de *x* et *y*. **(1pt)**

b) Caractérisez l'application qui transforme M en M**'** **(1pt)**

c) On désigne par ***r*** l'application qui au point M(*x* ; *y*) associe le point

M''(*x*'' ; *y*'') définies par : $\begin{cases} x'' = 1 + y \\ y'' = 1 - x \end{cases}$. Montrez que ***r*** est une rotation dont on précisera le centre Ω et l'angle θ. **(1pt)**

2°/ Lorsque le point M décrit la droite d'équation $y = x$, déterminez l'ensemble décrit par le point M''ainsi que l'ensemble décrit par le milieu du segment [M M'']. **(1,5pt)**

3°/ Au point M(*x*; *y*) on associe le point $M_2(x_2 ; y_2)$ définies par $\begin{cases} x_2 = 1 + 3y \\ y_2 = 1 - 2x \end{cases}$

a) Quelle est la nature de l'ensemble ($\mathcal{E}$) des points M_2 lorsque M décrit le cercle unité de centre O ? **(1pt)**

b) Caractériser l'image de ($\mathcal{E}$) par la rotation r définie en **1°/- c)** **(0,5pt)**

B-// Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = (2x - 1)\sqrt{\dfrac{x+1}{2}}$.

1°/ Etudiez les variations de f et tracez sa courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. Précisez les tangentes à ($\mathcal{C}_f$) aux points d'abscisses -1 et $-\dfrac{1}{2}$ **(1,5pt)**

2°/Soit ($\mathcal{C}'_f$) la courbe image de ($\mathcal{C}_f$) par la symétrique orthogonale par rapport $(O ; \vec{i})$. On pose $\Gamma = (\mathcal{C}_f) \cup (\mathcal{C}'_f)$. Tracez Γ dans le même repère que ($\mathcal{C}_f$). **(0,5pt)**

3°/ On considère le point A(–1; 0) et la droite Δ d'équation $x = -2$. Soit m un paramètre non nul, D la droite d'équation $y = mx$ et D**'** la droite orthogonale à D en O(0 ; 0). Les droites D et D**'** coupent Δ en P et P**'** respectivement.

Soit K le milieu du segment [P P**'**], la droite (AK) coupe D et D**'** en M et M**'**respectivement.

a) Déterminez les coordonnées de M et M**'** en fonction de m. **(1,5pt)**

b) On appelle Γ_1 l'ensemble des points M lorsque $m \in \mathbb{R}^*$ et Γ'_1 celui des points M**'** lorsque $m \in \mathbb{R}^*$. Trouvez une relation entre Γ_1 et Γ'_1. **(0,5pt)**