BAC 2016

SÉRIES : ***TSE – STI***

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si le candidat ne réussit pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 .... [*6 points*]

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(A\,;\vec{u}\,;\vec{v})$, unité graphique 1cm. On considère les points B, D et C définis par : $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{v}$ tel que $ABCD$ soit un rectangle.

1°/ Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice. **(0,5pt)**

2°/ Soit E l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{DB}$. Détermine l'affixe Z_E de E. Construis E. **(1pt)**

3°/ Détermine les nombres réels a et b tels que le point F d'affixe $Z_F = 6 - 4i$ soit le barycentre des points A, B et C affectés respectivement des coefficients a, b et 1. **(1pt)**

4°/ On considère la similitude directe $\mathcal{S}$ qui transforme A en E et B en F.

a-/ Exprime Z**'** en fonction de Z où Z**'** est l'affixe du point M' image de M par $\mathcal{S}$. **(1pt)**

b-/ Détermine le centre Ω, l'angle θ et le rapport k de la similitude $\mathcal{S}$. **(1pt)**

c-/ Détermine les images de C et D par $\mathcal{S}$. **(0,5pt)**

d-/ Calcule l'aire de l'image par $\mathcal{S}$ du rectangle $ABCD$. **(1pt)**

Exercice 2 .... [*4 points*]

I-/ On veut entourer avec un minimum d'arbres un champ rectangulaire ayant pour dimensions 525m et 285m. Les arbres seront régulièrement espacés, de plus, il y aura un arbre à chaque sommet du rectangle. Calcule :

1°/ La distance comprise entre deux arbres. **(0,5pt)**

2°/ Le nombre d'arbres nécessaires pour entourer le champ. **(1pt)**

II-/ On considère l'équation (**E**) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

1°/ Vérifie que le couple $(-7\,;-3)$ est une solution de (**E**). **(0,5pt)**

TVP 🕮

2°/ Résous alors l'équation (**E**). **(1pt)**

3°/ En déduis le couple d'entiers relatifs (p, q) solution de (E) tel que : $0 \leq p \leq 25$. **(1pt)**

Problème .... [*10 points*]

A-// A l'instant $t = 0$ (t est exprimé en heures), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 2,5 unités d'une substance médicamenteuse. On suppose que la substance se répartit instantanément dans le sang et qu'elle est ensuite progressivement éliminée.

On note $Q(t)$ la quantité de substance présente dans le sang à l'instant t, exprimée en unités adaptées. On admet que le processus d'élimination peut être représenté mathématiquement par l'équation différentielle : $Q'(t) = -\beta.Q(t)$, où β est un nombre qui sera déterminé expérimentalement.

1°/ Montre qu'on a $Q(t) = 2{,}5e^{-\beta t}$. **(1pt)**

2°/ Calcule la valeur de β, sachant qu'au bout d'une heure la quantité de substance présente dans le sang a diminué de 30%. On donnera d'abord la valeur exacte puis une valeur décimale approchée à 10^{-4} près. **(1,5pt)**

3°/ Etudie le sens de variation de Q pour $t \geq 0$, détermine sa limite en $+\infty$, et trace la courbe représentative (Γ) de Q dans le plan $\mathscr{P}$. **(1,5pt)**

4°/ Au bout de combien de temps la quantité de substance présente dans le sang a-t-elle été réduite de moitié ?

On donnera la valeur exacte et une valeur décimale approchée à 10^{-2} près. **(1pt)**

B-// Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left|\frac{x-1}{x}\right|$$

1°/ Détermine l'ensemble de définition de f. **(0,5pt)**

2°/ Etudie les variations de f. **(1pt)**

3°/ Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unité 2cm).

Montre que $(\mathscr{C})$ admet une asymptote oblique dont précisera l'équation puis préciser la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à l'asymptote oblique. **(1,5pt)**

4°/ Montre que le point $I(\frac{1}{2} ; -\frac{1}{4})$ est centre de symétrie pour $(\mathscr{C})$ **(0,75pt)**

5°/ Donne une équation de la tangente en I à $(\mathscr{C})$. **(0,5pt)**

6°/ Construis $(\mathscr{C})$ **(0,75pt)**