REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche Scientifique et de la Technologie
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs
Session 2007

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي والتكنولوجيا
المناظرات الوطنية للدخول إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2007

Concours en Mathématiques et Physique

Epreuve de Physique

Date : Jeudi 07 Juin 2007	**Heure : 8 H 00**	**Durée : 4 H**	**nbre de pages : 07**
Barème : A (7 pts) ; B (6 pts) ; C (3 pts) ; D (4 pts)			

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes.
Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

L'espace est rapporté à un repère (Oxyz) de base orthonormée directe ($\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$, $\vec{u}_z$).

ε_0 et μ_0 désignent respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide et c est la célérité de la lumière dans le vide.

Données utiles

Charge élémentaire	$e = 1{,}6\ 10^{-19}$ C.
Masse d'un électron	$m = 9{,}1\ 10^{-31}$ kg.

A- CONDUCTION – EFFET HALL

Dans le cadre de la physique classique, l'étude du phénomène de transport des charges traduisant la conductivité des matériaux se fait en supposant que les porteurs de charges mobiles sont des particules obéissant à la mécanique classique.
On considère un milieu conducteur qui est décrit comme un ensemble d'électrons (charge $-e$) évoluant au sein d'un réseau constitué de charges positives fixes. On désigne par γ sa conductivité électrique et par n le nombre de charges par unité de volume du conducteur.
Le poids des électrons est négligeable devant les forces électrique et magnétique qui lui sont appliquées.

I- Conducteur soumis à un champ électrique

Une plaque conductrice, du milieu matériel considéré, de longueur ℓ parallèlement à l'axe Oz, de largeur a parallèlement à l'axe Ox, d'épaisseur $b << a$ parallèlement à l'axe Oy (Figure 1) est soumise à l'action d'un champ électrique $\vec{E}_0$ uniforme et stationnaire dirigé suivant l'axe Oz. L'application de $\vec{E}_0$ à la plaque entraîne un mouvement des électrons de conduction qui acquièrent une vitesse d'ensemble $\vec{v}(t)$ et le conducteur devient le siège d'un courant caractérisé par le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$. Les collisions que subissent les porteurs de charge sont modélisées par une force de frottement opposée au mouvement et proportionnelle à la vitesse $\vec{v}(t)$. Chaque porteur de charge est soumis à la force de frottement $\vec{F}_f = -\dfrac{m}{\tau}\vec{v}$, où τ est un coefficient positif caractéristique du milieu.

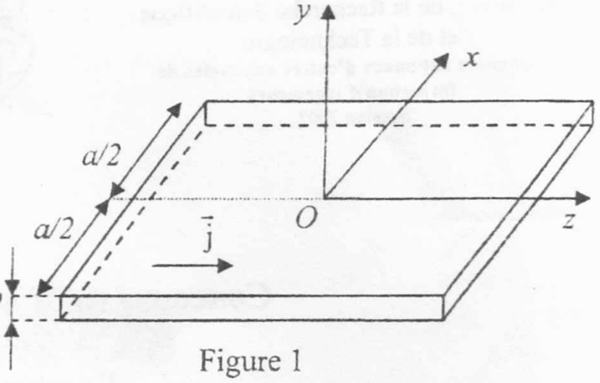

Figure 1

1) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique appliquée à un électron de masse m.
En déduire l'expression de la vitesse $\vec{v}(t)$ en fonction de e, m, t, τ et $\vec{E}_0$.
Préciser la signification physique de τ.

2.a) Déterminer, lorsque le régime permanent est atteint, la vitesse limite notée $\vec{v}_\ell$.

2.b) Déterminer l'expression du vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$.

2.c) En déduire l'expression de la conductivité électrique γ du conducteur ohmique.

3) On définit, à champ magnétique nul et en régime permanent, la mobilité μ d'un électron de vitesse $\vec{v}$ soumis à un champ électrique $\vec{E}$ par la relation $\vec{v} = -\mu\,\vec{E}$.

3.a) Quelle est la relation entre γ et μ ?
On donne :

- pour un matériau (1) : $\mu = 5{,}4\ 10^{-3}\ \mathrm{m^2\,s^{-1}\,V^{-1}}$ et $n = 7\ 10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$;
- pour un matériau (2) : $\mu = 62{,}5\ 10^{-5}\ \mathrm{m^2\,s^{-1}\,V^{-1}}$ et $n = 10^{24}\ \mathrm{m^{-3}}$.

Dire en le justifiant lequel des deux matériaux est le plus conducteur.

3.b) Calculer τ pour le matériau (1). Commenter.

II- Conducteur soumis à un champ électrique et à un champ magnétique

En l'absence de champ magnétique, les lignes de courant sont réparties de manière uniforme. La présence d'un champ magnétique modifie, en général, les lignes de courant.
La plaque électriquement neutre est toujours soumise à l'action du champ électrique constant $\vec{E}_0$ dirigé selon l'axe Oz. Lorsque le régime permanent est atteint, on lui applique en plus un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire, dirigé selon l'axe Oy, $\vec{B} = B\,\vec{u}_y$

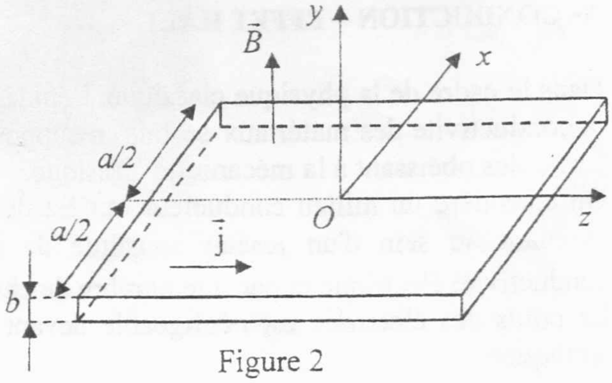

Figure 2

(Figure 2). On néglige le champ magnétique créé par le milieu matériel.
On désigne par I l'intensité de courant traversant la plaque.

1.a) En résonnant qualitativement sur un électron mobile, montrer que l'application de $\vec{B}$ à la plaque entraîne l'apparition d'un champ électrique $\vec{E}_H$ perpendiculaire à l'axe (Oz) (appelé champ de Hall).

1.b) En déduire qu'une différence de potentiel $V_H = V_{\Sigma 2} - V_{\Sigma 1} > 0$ (appelée tension de Hall) prend naissance entre deux faces Σ_1 et Σ_2 de la plaque que l'on précisera. On ne cherchera pas à déterminer l'expression de V_H dans cette question.

1.c) Représenter $\vec{E}_H$, V_H et la vitesse $\vec{v}_0$ en régime permanent sur un schéma.

Dans toute la suite de cette partie on se placera en régime permanent.

2.a) Déterminer l'expression de $\vec{E}_H$ en fonction de j, B et de la constante de Hall $R_H = \dfrac{1}{nq}$ où q est la charge d'un porteur mobile.

2.b) En déduire les densités surfaciques de charge σ_1 et σ_2 accumulées respectivement sur les faces Σ_1 et Σ_2 de la plaque.

2.c) Montrer que la différence de potentiel V_H qui apparaît entre les deux faces appropriées de la plaque a pour expression :

$$V_H = -R_H \frac{BI}{b}.$$

3) Exprimer l'angle θ que font les lignes du champ total $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_H$ avec les lignes de champ $\vec{E}_0$ en fonction de R_H, γ et B.

Calculer θ pour un champ magnétique très intense B = 1 T dans le cas du cuivre où $R_H = -0{,}9\,10^{-10}$ m^3 C^{-1} et $\gamma = 6\,10^7$ S m^{-1}.

Commenter le résultat obtenu.

4) *Application* : Sonde de Hall

Considérons deux matériaux : l'un qualifié de conducteur métallique et l'autre de semi-conducteur, dont les caractéristiques sont les suivantes :

- conducteur métallique : $n = 7\,10^{28}$ m^{-3}, $q = -1{,}6\,10^{-19}$ C ;
- semi-conducteur : $n = 10^{24}$ m^{-3}, $q = -1{,}6\,10^{-19}$ C.

4.a) Calculer V_H pour les deux cas précédents. On prendra un champ magnétique de 1 Tesla, une intensité de courant de 1 A et une épaisseur $b = 10^{-4}$ m pour la plaque.

4.b) Pour des mesures plus précises, vaudrait-il mieux utiliser un métal ou un semi conducteur ? Justifier.

4.c) De même, est il préférable d'utiliser une épaisseur $b = 10^{-4}$ m ou 10^{-3} m ? Justifier.

B- PRESSION DE RADIATION

Le milieu matériel de la plaque étudiée dans la partie A occupe maintenant le demi-espace $y \geq 0$, et le vide occupe le demi-espace $y < 0$. On envoie sur la surface du milieu en incidence normale une onde électromagnétique plane, monochromatique, polarisée rectilignement le long de l'axe Oz, qui se propage dans le vide vers les $y > 0$. On écrit son champ électrique en tout point $M(x, y, z)$, en notation complexe, sous la forme :

$$\underline{\vec{E}}_i(M,t) = E_0\, e^{i(ky - \omega t)}\, \vec{u}_z .$$

On suppose que le milieu matériel possède les mêmes propriétés que le vide à savoir une permittivité électrique ε_0 et une perméabilité magnétique μ_0.

Les fréquences considérées sont telles que l'ARQS (ou ARQP) n'est pas valable.

1) Déterminer l'expression du champ magnétique $\underline{\vec{B}}_i(M,t)$ de l'onde incidente.

2) Les champs électrique et magnétique à l'intérieur du milieu matériel ($y \geq 0$) sont de la forme :

$$\vec{E}_t(M,t) = E_t(y,t)\,\vec{u}_z$$

$$\vec{B}_t(M,t) = B_t(y,t)\,\vec{u}_x$$

où E_t et B_t tendent vers zéro lorsque y tend vers l'infini. On ne cherchera pas à déterminer les expressions de E_t et B_t.

2.a) En utilisant l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer en fonction de ces champs l'expression en tout point du milieu matériel du vecteur densité de courant $\vec{j}(M,t)$.

2.b) Déterminer l'expression de la densité volumique de charge $\rho(M,t)$ dans le milieu matériel.

3.a) Déterminer l'expression de la densité volumique de force $\vec{f}(M,t)$ exercée par l'onde sur les charges et les courants du milieu matériel considéré.

3.b) Montrer que la moyenne temporelle de $\vec{f}(M,t)$ sur une période T d'oscillation de l'onde se met sous la forme:

$$<\vec{f}> = -\frac{1}{T}\int_0^T \left[\frac{1}{\mu_o} B_t(y,t)\frac{\partial B_t(y,t)}{\partial y} + \varepsilon_o E_t(y,t)\frac{\partial E_t(y,t)}{\partial y}\right] dt\,\vec{u}_y$$

3.c) On considère un volume du milieu matériel de dimension (ℓ_x, ℓ_z) selon les directions Ox et Oz et de profondeur supposée infinie suivant (Oy).

Déterminer la moyenne temporelle de la force $\vec{F}_R$, notée $<\vec{F}_R>$, s'exerçant sur ce volume.

Montrer qu'elle s'exprime en fonction de la densité volumique d'énergie électromagnétique moyenne $<u_{em}>$ du champ électromagnétique calculé à la surface du milieu matériel ($y = 0$).

3.d) En déduire qu'il existe une pression P_R dite pression de radiation exercée par l'onde sur le milieu matériel, dont on donnera l'expression.

Dans la suite, les fréquences considérées sont telles que l'ARQS (ou ARQP) est valable.

4) En utilisant les résultats de la question 3, montrer que $<\vec{F}_R>$ s'écrit sous la forme :

$$<\vec{F}_R> = \frac{<B_t^2(0,t)>}{2\mu_o}\,\ell_x \ell_z\,\vec{u}_y$$

5) *On suppose que le milieu matériel est un conducteur parfait.*

5.a) Justifier l'existence de l'onde réfléchie puis décrire brièvement son origine physique.

5.b) Donner les expressions des champs électrique $\underline{\vec{E}}_r$ et magnétique $\underline{\vec{B}}_r$ de l'onde réfléchie.

En déduire les champs $\underline{\vec{E}}$ et $\underline{\vec{B}}$ résultants au voisinage du conducteur.

Décrire la structure de l'onde résultante.

5.c) En réalité le conducteur parfait n'est autre qu'un modèle dans lequel le courant est supposé surfacique. L'onde électromagnétique arrivant à la surface du conducteur pénètre dans ce dernier sur une épaisseur très faible dans laquelle le courant est plutôt volumique.

En utilisant le résultat de la question 4, déterminer l'expression de $<\vec{F}_R>$ en fonction de E_0, ε_0, ℓ_x et ℓ_z.

En déduire alors une relation entre la norme de $<\vec{F}_R>$ et la moyenne temporelle de la puissance $<\mathcal{P}>$ apportée par l'onde électromagnétique incidente à la surface du conducteur.

C- RAYONNEMENT DIPOLAIRE

Une onde plane électromagnétique, sinusoïdale de pulsation ω , polarisée rectilignement suivant Oz, de champ électrique en notation complexe $\underline{\vec{E}} = E_0\, e^{-i\omega t}\, \vec{u}_z$, excite les électrons de la surface d'un milieu matériel occupant le demi espace $y \geq 0$.

Un électron de masse m et de charge $-e$ se trouve donc soumis d'une part à un rayonnement électromagnétique et d'autre part à une force de rappel vers sa position d'équilibre de la forme $-m\omega_0^2\, \vec{s}$, où $\vec{s}$ est le déplacement par rapport à sa position d'équilibre et ω_0 sa pulsation propre.

Ce modèle permet d'étudier, pour un électron lié dans un atome ou une molécule, le rayonnement émis dû à son mouvement. On désigne par r la distance séparant un point d'observation de la position d'équilibre de l'électron et par λ la longueur d'onde du rayonnement incident et du rayonnement émis.

On négligera l'amortissement du mouvement de l'électron dû au rayonnement émis.

On se placera dans les conditions où $\|\vec{s}\| << \lambda << r$ et $\left\|\dfrac{d\vec{s}}{dt}\right\| << c$;

La pulsation de l'onde incidente ω est très petite devant la pulsation ω_0 . L'atome ou la molécule constitue un dipôle oscillant.

1) Que signifient ces trois inégalités : $\|\vec{s}\| << \lambda << r$?

2.a) Montrer que, pour une onde plane, l'action du champ magnétique sur l'électron est négligeable devant celle du champ électrique.

2.b) Déterminer l'équation différentielle en $\vec{s}$ qui régit le mouvement d'un électron autour de sa position d'équilibre.

2.c) Déterminer en régime forcé, l'expression du déplacement $\underline{\vec{s}}$ de l'électron par rapport à sa position d'équilibre.

2.d) On supposera, pour simplifier, que l'atome est constitué d'un électron et d'un proton.

En déduire que le moment dipolaire $\underline{\vec{p}}(t)$ d'un atome a pour expression :

$$\underline{\vec{p}}(t) \approx \frac{e^2 E_0}{m\omega_0^2}\, e^{-i\omega t}\, \vec{u}_z$$

3) L'atome constitue, au fait, un dipôle oscillant analogue à celui constitué de deux charges ponctuelles $q(t)$ et $-q(t)$ distantes de ℓ et dépendant sinusoïdalement du temps et dont la puissance totale moyenne rayonnée dans tout l'espace a pour expression :

$$< P > = \frac{\mu_0\, \omega^2 |\ell \underline{I}_0|^2}{12\pi c}$$

où $\underline{I}(t) = \underline{I}_0 e^{-i\omega t}$ désigne l'intensité du courant associé au dipôle.

3.a) Définir, par analogie, le produit $\ell \underline{I}_0$ associé à un atome en fonction de e, m, E_0, ω et ω_0 .

3.b) En déduire la puissance totale moyenne $< P >$ émise par l'électron dans tout l'espace.

3.c) Déterminer le rapport $\dfrac{< P >}{< P_0 >}$, où $< P_0 >$ désigne la puissance moyenne de l'onde incidente par unité de surface, en fonction de $\dfrac{\omega}{\omega_0}$, e, m et μ_0 .

4) En utilisant l'expression du rapport $\dfrac{< P >}{< P_0 >}$, déterminer la couleur du visible pour laquelle la puissance rayonnée est maximale.

D- TRANSFERT THERMIQUE

I) Conduction dans une plaque

La plaque étudiée dans la partie A, d'épaisseur b suivant l'axe Oy est constituée d'un matériau omogène de conductivité thermique constante λ. Sa face $y = -\dfrac{b}{2}$ est maintenue à la mpérature T_1 et sa face $y = \dfrac{b}{2}$ est maintenue à la température $T_2 < T_1$.

n se place en régime *permanent* et on suppose que le transfert thermique se fait uniquement par nduction suivant l'axe (Oy).

) En faisant un bilan d'énergie sur une tranche du conducteur de longueur dy, comprise entre abscisses y et $y + dy$, établir l'équation de diffusion thermique (équation de la chaleur). déduire la loi de variation de la température $T(y)$ en un point d'abscisse y du conducteur.

Déterminer la puissance thermique Φ transférée depuis la face $y = -\dfrac{b}{2}$ vers la face $y = \dfrac{b}{2}$ vers une surface S de la plaque.

Etablir un tableau de correspondance entre les grandeurs des échanges thermiques par iction et les grandeurs électrocinétiques analogues.

Définir alors la résistance thermique R_{th} d'une surface S de la plaque et déterminer son sion.

nsfert thermique dans un milieu feuilleté

ose une plaque (P_1) constituée matériau de conductivité ie λ_1 et d'épaisseur e_1 sur une aque (P_2) constituée d'un de conductivité thermique paisseur e_2. Cette association es constitue l'élément P_1P_2

N éléments du type P_1P_2. ainsi un milieu feuilleté. constitué, d'épaisseur ivant l'axe Oy, est placé supports respectivement en $y = \dfrac{L}{2}$ (Figure 3).

e transfert thermique par . De plus, on suppose contacts thermiques sont orte que la température dans l'empilement.

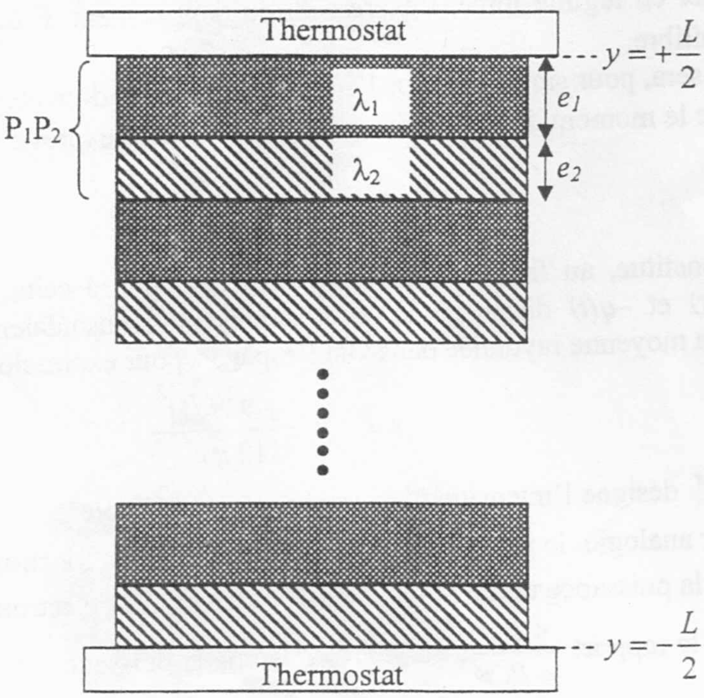

Figure 3

re que les transferts thermiques s'effectuent seulement par conduction selon la

ourquoi la résistance thermique du matériau constituée d'un empilement de N st équivalente à une association en série de résistances thermiques.

1.b) Déterminer alors la résistance thermique R'_{th} du matériau, de surface S, constitué d'un empilement de N éléments P_1P_2 en fonction de N, S, λ_1, λ_2, e_1, et e_2.
En déduire que l'empilement est équivalent à un matériau homogène de surface S dont on exprimera la conductivité thermique équivalente λ_e en fonction des données du problème.
1.c) Vérifier la pertinence de l'expression de λ_e dans le cas particulier où $\lambda_1 = \lambda_2$.
2) Le milieu feuilleté (Figure 3) est considéré comme étant un matériau homogène de conductivité thermique λ, de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c_m. Les grandeurs λ, ρ et c_m sont des constantes.
Le milieu est initialement porté à la température ambiante T_a. On porte brusquement à $t = 0$, la température des deux thermostats à $T_0 > T_a$ (Figure 3). T_0 est maintenue constante durant toute la durée de l'expérience.
On prend maintenant en compte, en plus du transfert thermique par conduction, les transferts thermiques entre les plaques et l'air ambiant à la température T_a par les quatre faces latérales (transfert de type conducto-convectif).
Un élément de surface latérale $d\Sigma$ à la température T émet vers l'extérieur à la température T_a une puissance thermique $d\Phi = h\,(T - T_a)\,d\Sigma$; où h, supposé constant, est appelé coefficient de transfert conducto-convectif.
2.a) Les plaques sont au fait des rectangles de côtés a et ℓ. En faisant un bilan énergétique sur une tranche comprise entre y et $y + dy$, déterminer l'équation différentielle que vérifie la température $T(y,t)$ en un point du matériau.
2.b) On se propose de chercher une solution stationnaire de l'équation établie en 2.a).
Déterminer la température $T(y)$ en un point du matériau.

Fin de l'épreuve