



## Concours Toutes Options Epreuve d'Informatique

Date : Mardi 14 Juin 2011      Heure : 15 H      Durée : 2 H      Nbre pages : 4

Barème : EXERCICE 1 : 4,5 = 0,5 points par question  
EXERCICE 2 : 5,5 = 1,25 + 1,5 + 0,75 + 2  
EXERCICE 3 : 4,5 = 0,5 + 1,5 + 1 + 1,5  
EXERCICE 4 : 5,5 = 0,5 + 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1,5

DOCUMENTS NON AUTORISES  
L'USAGE DES CALCULATRICES EST INTERDIT

### EXERCICE 1

Soit  $f$ , la fonction définie par :

$$f : (a, x) \mapsto (x^2 - ax)e^{\frac{1}{x}}, \text{ avec } a \text{ paramètre réel.}$$

Donner les commandes MAPLE permettant de :

1. définir la fonction  $f$  ;
2. déterminer un développement limité de  $f(a, x)$  pour  $x = +\infty$  à l'ordre 3 ;
3. calculer les limites à gauche et à droite de  $f(a, x)$  en 0 ;
4. définir de deux manières différentes  $df$ , la fonction dérivée de  $f$ , par rapport à  $x$  ;
5. trouver les racines de  $\frac{\partial}{\partial x} f(a, x)$  ;
6. représenter sur le même graphe les fonctions  $f(k, x)$  pour  $k$  entier variant de 1 à 5 et  $x \in [-5, 5]$  en limitant les ordonnées dans l'intervalle  $[-10, 10]$  ;
7. calculer dans  $a1$ , la valeur de  $a$  solution de l'équation  $\frac{\partial}{\partial a} f(a, x) = 0$  ;
8. tracer la courbe représentative de  $f(2, x)$  pour  $x \in [-10, 10]$  en limitant les ordonnées dans l'intervalle  $[-10, 10]$  ;
9. donner le résultat simplifié de  $\frac{\partial}{\partial x} f(2, x)$ .

### EXERCICE 2

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

A. Soit  $P$ , le polynôme en  $X$ , défini par  $P = (X - 1)(X^2 + 1)^5$ .

Donner les commandes **MAPLE** permettant de :

- A.1 définir  $P$  ;
  - A.2 déterminer le degré de  $P$  ;
  - A.3 donner la forme développée et ordonnée selon les puissances décroissantes de  $P$  ;
  - A.4 générer la séquence des coefficients de  $P$  ordonnés selon les puissances décroissantes en  $X$ , sachant que la commande *coeffs* ne génère pas la séquence ordonnée ;
  - A.5 déterminer le quotient  $Q$  et le reste  $R$  de la division euclidienne de  $P$  par  $aX^3 + b$ .
- B. Soit la famille des polynômes  $\sum_{k=0}^n X^k$  avec  $n$  variant entre 3 et 50.

Donner les instructions **MAPLE** qui déterminent, dans un tableau *Td* les degrés des polynômes divisibles par  $1 + X + X^2$ .

C.

- C.1 Définir la fonction  $R$ , qui à un entier  $n$ , associe le polynôme  $Q = \prod_{k=1}^n (X^k + 1)$ .
- C.2 Pour  $n = 50$ , donner le coefficient du terme du plus haut degré de  $Q$ .

D. Soit  $P$  un polynôme en  $X$ . Pour qu'un réel  $a$  soit une racine multiple d'ordre  $k$  de  $P$ , il faut et il suffit de vérifier les relations :

$$P(a) = P'(a) = P''(a) = \dots = P^{(k-1)}(a) = 0 \text{ et } P^{(k)}(a) \neq 0$$

Ecrire une procédure **MAPLE** nommé *MULTIPLICITE*, ayant comme paramètres un polynôme  $P$  en  $X$  et un réel  $a$ , retourne l'ordre de multiplicité de  $a$  selon le principe décrit ci-dessus si  $a$  est une racine et retourne 0 sinon.

### EXERCICE 3

Le but de l'exercice est de déterminer la note d'un devoir multi-questions à choix unique (VRAI ou FAUX) d'un candidat.

Les questions sont stockées dans un tableau *Ques* de chaîne de caractères. Les réponses correctes à ces questions sont stockées dans un tableau *Correct* de type booléen.

Les réponses du candidat aux questions auxquelles il désire répondre (0 pour FAUX et 1 pour VRAI) seront saisies puis validées dans un tableau *Rep* initialement initialisé à la valeur -1. Cette dernière représente une réponse non encore saisie ou une réponse saisie mais non validée.

On suppose dans la suite que :

- les tableaux *Ques* et *Correct* sont préalablement saisis.
- le nombre de questions  $k$  ne dépasse pas une valeur  $NMAX=100$ .
- les tableaux *Ques*, *Correct* et *Rep* sont respectivement de type **TABQ**, **TABC** et **TABR** définis comme suit :

<b>CONSTANTE</b>	$NMAX=100$
<b>TYPE</b>	<b>TABQ</b> = tableau [1..NMAX] de chaîne
	<b>TABC</b> = tableau [1.. NMAX] de booléen
	<b>TABR</b> = tableau [1.. NMAX] de entier

#### Travail demandé :

1. Ecrire une procédure, nommée *AFF\_QUES*, permettant d'afficher dans l'ordre, les  $k$  questions de *Ques* ainsi que les numéros correspondants.
2. Ecrire une procédure, nommée *REPONSES*, qui permet au candidat de :
  - saisir le numéro de la question à laquelle il veut répondre ;
  - répondre à la question par 0 ou 1 ;
  - valider la réponse, par mise à jour de *Rep*, s'il le souhaite ;

Dans le cas où le candidat souhaite répondre à une autre question, il saisit "O" pour « OUI » et "N" pour « NON » comme réponse au message affiché « voulez-vous répondre à une autre question ? ».

**N.B :**

- Faites les contrôles nécessaires.
  - Le candidat peut ne pas répondre à toutes les questions.
  - Le candidat ne peut plus modifier une réponse déjà validée.
3. Ecrire une fonction, nommée **TOTAL** qui à partir des tableaux **Rep** et **Correct** retourne le total des points correspondant aux réponses.  
Les points par réponse sont attribués comme suit :
- 0 pour pas de réponse.
  - 2 pour une réponse correcte.
  - -1 pour une réponse incorrecte.

Exemple :

**Rep :**

1	-1	-1	0	0	0
---	----	----	---	---	---

**Correct :**

VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
2	0	0	2	-1	2

Le total des points est :  $2 + 0 + 0 + 2 + (-1) + 2 = 5$

4. Ecrire un algorithme nommé **INTERROGATION** permettant de :
- saisir un entier  $N$  compris entre 2 et NMAX correspondant au nombre de questions ;
  - initialiser le tableau **Rep** à (-1) ;
  - afficher les  $N$  questions du tableau **QUES** ;
  - mettre à jour le tableau **Rep** par les réponses validées ;
  - calculer la note sur 20 du candidat. La note est égale 0 si le total des points est négatif ou nul et est calculée sur 20 si le total des points est positif ;
  - afficher le résultat trouvé.

## EXERCICE 4

On désire informatiser en partie un championnat de foot comportant  $N$  équipes numérotées de 1 à  $N$ .

A la fin du championnat on enregistre, dans une matrice carrée  $R$  d'ordre  $N$ , les résultats des matchs aller et retour joués entre les différentes équipes tel que :

$$\begin{aligned}
 R_{i,j} &= 1 \text{ Si l'équipe } i \text{ a gagné le match contre l'équipe } j. \\
 R_{i,j} &= 2 \text{ Si l'équipe } j \text{ a gagné le match contre l'équipe } i. \\
 R_{i,j} &= 0 \text{ Si match nul.} \\
 R_{i,j} &= -1 \text{ Valeur non significative.}
 \end{aligned}
 \quad \text{avec } \begin{cases} i < j \text{ représente un match aller} \\ i > j \text{ représente un match retour} \end{cases}$$

Exemple : Résultats des matchs aller et retour pour 6 équipes à la fin du championnat.

	1	2	3	4	5	6
1	-1	1	0	0	1	2
2	0	-1	1	0	0	2
3	0	1	-1	1	1	2
4	0	1	2	-1	2	2
5	1	1	2	2	-1	1
6	2	0	0	1	1	-1

Les cases grises représentent les résultats des matchs aller de l'équipe 3.

- L'équipe 2 a gagné le match aller contre l'équipe 3 car  $R_{2,3} = 1$  et a perdu le match retour contre l'équipe 3 car  $R_{3,2} = 1$ .
- L'équipe 6 a gagné le match aller contre l'équipe 2 car  $R_{2,6} = 2$  et a fait match retour nul contre l'équipe 2 car  $R_{6,2} = 0$ .

Les buts marqués et les buts encaissés par chaque équipe à la fin du championnat sont stockés dans une matrice  $B$  à  $N$  lignes et 2 colonnes tel que :

$B_{i,1}$  = Buts marqués par l'équipe  $i$ .

$B_{i,2}$  = Buts encaissés par l'équipe  $i$ .

Une équipe obtient 3 points pour chaque match gagné, 0 point pour chaque match perdu et 1 point pour chaque match nul.

les  $m$  équipes ayant obtenu le maximum de points, seront référencées dans une matrice  $CH$  à  $m$  lignes et 2 colonnes. ( $1 \leq m \leq N$ ,  $m$  à déterminer)

Une ligne  $i$  de  $CH$  est définie comme suit :

$CH_{i,1}$  = Numéro de l'équipe ayant le maximum de points.

$CH_{i,2}$  = Ecart entre les buts marqués et les buts encaissés par l'équipe numéro  $CH_{i,1}$ .

### Travail demandé :

Dans la suite :

- on suppose avoir défini les types suivants :
    - CONSTANTE**  $N = 20$
    - TYPE**    **MATR** = tableau [1.. $N$ , 1.. $M$ ] de entier
    - MATB** = tableau [1.. $N$ , 1..2] de entier
    - TABP** = tableau [1.. $M$ ] de entier
  - $R$  est une matrice carrée d'ordre  $N$  représentant les résultats des matchs aller et retour des  $N$  équipes.
  - $B$  est une matrice à  $N$  lignes et 2 colonnes représentant les buts marqués et les buts encaissés par les  $N$  équipes.
1. Ecrire une procédure nommée **Saisie\_R**, permettant la saisie des résultats des matchs aller et retour dans  $R$ .
  2. Ecrire une fonction nommée **Nb\_PTS\_AR** qui, à partir de  $R$ , d'un numéro d'équipe  $k$  et d'un paramètre booléen  $AR$ , calcule et retourne comme résultat le nombre de points cumulés par cette équipe dans la phase aller si  $AR = \text{VRAI}$  et dans la phase retour du championnat si  $AR = \text{FAUX}$ .
  3. Ecrire une procédure nommée **TABL\_PTS** qui à partir de  $R$ , calcule dans un tableau  $T$ , le total des points de chacune des  $N$  équipes.
  4. Ecrire une procédure nommée **Saisie\_B**, permettant de saisir dans  $B$  les buts marqués et les buts encaissés par les  $N$  équipes.
  5. Ecrire une procédure nommée **CHAMPIONS** qui, à partir de  $R$ ,  $T$  et  $B$ , renvoie comme paramètres  $m$  et  $CH$ .
  6. Ecrire une procédure nommée **AFF\_CHAMPIONS** qui affiche les résultats relatifs à la (ou aux) équipe(s) ayant le maximum de points conformément au modèle suivant :
 

<i>Numéro</i>	<i>total</i>	<i>total</i>	<i>total</i>	<i>écarts entre</i>	<i>nombre</i>
<i>Equipe</i>	<i>points</i>	<i>points</i>	<i>points</i>	<i>buts marqués</i>	<i>de buts</i>
		<i>aller</i>	<i>retour</i>	<i>et buts encaissés</i>	<i>marqués</i>