

PROBLEME 1: Diffraction et interférence lumineuses

Partie A: <u>Diffraction lumineuse</u>		
1.a)		0.25
1.b)	<p>Figure de diffraction</p> <p>La figure de diffraction est parallèle à la largeur de la fente diffractante. Elle est constituée d'une tache centrale, centrée sur F', entourée de taches secondaires d'intensités moins importantes et deux fois moins larges.</p>	0.5 0.5
1.c)	$(\vec{k}_d - \vec{k}) \cdot \vec{OP} = \vec{k}_d \cdot \vec{OP} = k \times \sin i' \approx k \times i', \text{ tgi}' = X/f \approx i' \Rightarrow \vec{k}_d \cdot \vec{OP} = k \times X/f$ $\underline{s}(M) = \alpha \underline{s}_0 b \int_{-a/2}^{a/2} \exp[j(\vec{k}_d - \vec{k}) \cdot \vec{OP}] d\Sigma = \alpha \underline{s}_0 b \int_{-a/2}^{a/2} e^{j \frac{2\pi X}{\lambda f} x} dx$ $\underline{s}(M) = \alpha \underline{s}_0 a b \text{sinc}\left(\frac{\pi X a}{\lambda f}\right) = \alpha \underline{s}_0 a b \text{sinc}u$ $I(M) = I_0 \text{sinc}^2 u$	0.5
1.d)		0.25
	<p>La largeur de la tache centrale est de diffraction est <math>L = \frac{2\lambda f}{a}</math>.</p>	0.25

2)

2.a) Sachant que  $\cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) = \frac{1}{2}\left(e^{j\frac{2\pi x}{a}} + e^{-j\frac{2\pi x}{a}}\right)$  et en tenant compte de 1.c), il vient:

$$\underline{s}(M) = \frac{\alpha s_0 b}{2} \left[ a \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi X a}{\lambda f}\right) + \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi X}{\lambda f}\left(1+\frac{\lambda f}{aX}\right)x} dx + \frac{1}{2} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi X}{\lambda f}\left(1-\frac{\lambda f}{aX}\right)x} dx \right]$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi X}{\lambda f}\left(1+\frac{\lambda f}{aX}\right)x} dx = a \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi a X}{\lambda f}\left(1+\frac{\lambda f}{aX}\right)\right] = a \operatorname{sinc}(u + \pi) = -a \frac{\sin u}{u + \pi}$$

$$\int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi X}{\lambda f}\left(1-\frac{\lambda f}{aX}\right)x} dx = a \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi a X}{\lambda f}\left(1-\frac{\lambda f}{aX}\right)\right] = a \operatorname{sinc}(u - \pi) = -a \frac{\sin u}{u - \pi}$$

D'où:

$$\underline{s}(M) = \frac{\alpha s_0 ab}{2} \left[ \frac{1}{u} - \frac{1}{2(u + \pi)} - \frac{1}{2(u - \pi)} \right] \sin u = -\frac{\alpha s_0 ab}{2} \frac{\pi^2}{u^2 - \pi^2} \operatorname{sinc} u$$

$$I_t(u) = \frac{I_0}{4} \frac{\pi^4}{(u^2 - \pi^2)^2} \operatorname{sinc}^2 u$$

1.25

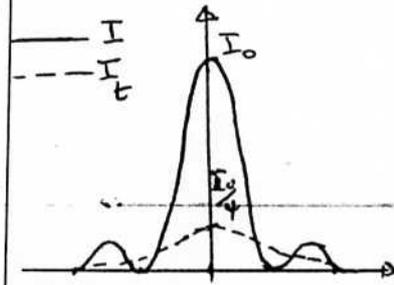
2.b) On remarque que:  $\lim_{u \rightarrow 0} I(u) = I_0/4$  et  $\lim_{u \rightarrow \pi} I_t(u) = I_0/16$

0.5

La présence du filtre :

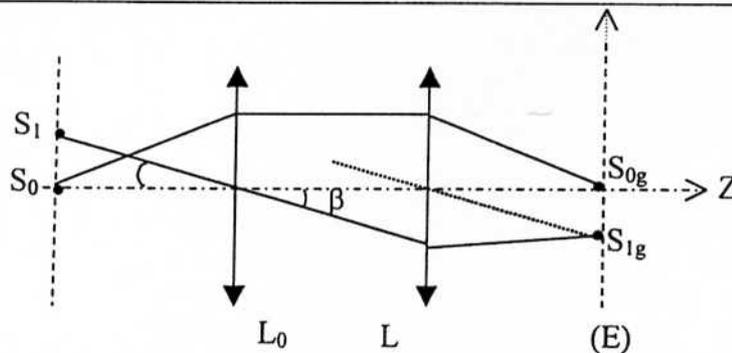
\*Réduit d'un facteur de 1/4 la valeur du max principal d'intensité par rapport à celui en l'absence du filtre.

\*Elargit la tache centrale de diffraction et atténue les max secondaires.



0.5

3.a)



0.5

3.b)

Les deux ondes n'interfèrent pas car les sources sont incohérentes.

0.5

3.c)

$$\delta = x (\sin i + \sin \beta); \text{ or } \sin i \approx i = X/f \text{ et } \sin \beta \approx \beta \Rightarrow \delta = \left[ \frac{X}{f} + \beta \right] x$$

0.5

3.d)

$$\underline{s}(M) = \alpha s_0 b \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi}{\lambda f}(X+\beta f)x} dx = \alpha s_0 ab \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi a}{\lambda f}(X+\beta f)\right]$$

0.5

$$I_1(M) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left[\frac{\pi a}{\lambda f}(X+\beta f)\right]$$

3.e)	$I_1$ est centrée sur $X_0 = -\beta f$ (source $S_1$ ) $I$ est centrée sur $X = 0$ (source $S_0$ ) $\beta f$ est la distance séparant les 2 images géométriques et donc les deux taches centrales de diffraction. Critère de Rayleigh: $\beta f \geq \lambda f/a = \beta_{\min} f \Rightarrow \beta_{\min} = \lambda/a$	0.5
1.a)	<b>B- Cohérences spatiale et temporelle</b> $D = d \sin i = dX/f$	0.5
1.b)	$s_1(M) = s_0$ et $s_2(M) = s_1 e^{j\varphi}$ avec $\varphi = \frac{2\pi Xd}{\lambda f}$ $s_1(M) = s_1 + s_2 = s_1(1 + e^{j\varphi}) = s_1 e^{j\frac{\varphi}{2}} (e^{-j\frac{\varphi}{2}} + e^{j\frac{\varphi}{2}}) = 2s_1 \cos(\frac{\varphi}{2}) e^{j\frac{\varphi}{2}}$ $I(M) = 4I_0 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right) \cos^2\left(\frac{\pi X d}{f}\right)$ $I(M) = 2I_0 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right) \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi X d}{f}\right)\right]$ $H = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right)$ : diffraction $G = 4\cos^2\left(\frac{\pi X d}{f}\right) = 2\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi X d}{f}\right)\right]$ : interférence	1 0.25 0.25
1.c)	$X \ll \lambda f/a \Rightarrow H = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a X}{\lambda f}\right) \approx 1$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi X d}{f}\right)\right]</math> </div> $C = 1.$	0.25 0.25
2.a)	Quand $e$ augmente le contraste diminue: brouillage. Pour une certaine valeur de $e$ les franges sombres prennent la place des franges brillantes : inversion du contraste.	0.5
2.b)	$\delta = d(\sin i + \sin \beta) = d\left(\frac{X}{f} + \frac{x}{f}\right) \Rightarrow \delta = \frac{d}{f}(X+x)$	0.5
2.c)	Les éléments $dx$ de la fente source sont incohérents entre eux, il n'y a donc pas d'interférence. L'intensité résultante en un point $M$ de $(E)$ est donc la somme des $dI$ . $I = 2 \frac{I_0}{e} \int_{-e/2}^{e/2} (1 + \cos(\frac{2\pi d}{\lambda f}(X+x))) dx$ $I = 2 I_0 \left[1 + \frac{\lambda f}{2\pi d e} \left(\sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda f}\left(X + \frac{e}{2}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda f}\left(X - \frac{e}{2}\right)\right)\right)\right]$ <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math>I = 2 I_0 \left[1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi d e}{\lambda f}\right) \cos\frac{2\pi d}{\lambda f} X\right]</math> </div> $C = \left \text{sinc}\left(\frac{\pi d e}{\lambda f}\right)\right $ Une première annulation du contraste correspond à $\frac{\pi d e_1}{\lambda f} = \pi \Rightarrow e_1 = \frac{\lambda f}{d}$	1 0.5

	AN. $e_1 = 0.6 \text{ mm}$ . Cette valeur étant très faible, l'inversion du contraste ne pourra pas être observée à l'œil nu.	0.25 0.5
3.a)	En $X=0$ on a une frange brillante $\forall \lambda$ . Au voisinage de $X=0$ , on a une irisation des franges d'interférences. Au delà on observe le blanc d'ordre supérieur: brouillage de la figure d'interférence.	0.75
3.b)	Les radiations éteintes correspondent à $\delta = p\lambda$ où $p$ est un demi entier. $\delta = \frac{dX}{f} = p\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{dX}{pf} \Rightarrow \lambda_1 \leq \frac{dX}{pf} \leq \lambda_2 \quad \frac{dX}{\lambda_2 f} \leq p \leq \frac{dX}{\lambda_1 f}$ $3,99 \leq p \leq 7,5 \Rightarrow p \in \{4,5; 5,5; 6,5, 7,5\}$ 4 radiations éteintes.	0.5
<b>C- Diffraction par un réseau</b>		
1)	$\sin\theta = p \lambda/d$	0.5
2)	$\delta = d \sin\theta$ ; Soit une différence de phase : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$ $\underline{S}_1(M) = S_o ab \text{ sincu}$ $\underline{S}(M) = S_o ab \text{ sincu} (1 + e^{-j\varphi} + e^{-2j\varphi} + \dots + e^{-j(N-1)\varphi})$ L'amplitude résultante en M diffractée dans une direction donnée est alors : $\underline{S}(M) = \underline{S}(M) = S_o ab \text{ sincu} \sum_1^N e^{-j(n-1)\varphi} = S_o ab \text{ sincu} \frac{1 - e^{-jN\varphi}}{1 - e^{-j\varphi}}$ $\underline{S}(M) = S_o ab N \text{ sincu} e^{-j(N-1)\varphi/2} \frac{\sin N \frac{\varphi}{2}}{N \sin \frac{\varphi}{2}}$ $I(M) = \underline{S} \underline{S}^*$ et en posant $I_0 = (NS_0 ab)^2$ , on obtient: $I = I_o \left( \text{sinc} c \frac{\pi a X}{\lambda f} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{Nd\pi X}{\lambda f}}{N \sin \frac{d\pi X}{\lambda f}} \right)^2$	1.5
3.a)	A l'ordre 0, il n'y a pas de dispersion entre les maxima principaux car $\delta = 0 \forall \lambda$ .	0.5
3.b)	D'après la relation fondamentale des réseaux: $D_{\text{ang}} = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{p}{d}$ Pour augmenter la dispersion angulaire, on diminue le pas du réseau. En effet, si l'ordre $p$ est élevé la diffraction limite l'intensité du terme d'interférence avec en plus le problème de chevauchement dès que l'ordre dépasse 2.	0.25 0.5
3.c)	$\delta = \frac{dX}{f} = p\lambda$ . Au premier ordre: $X_1 = \frac{\lambda_1 f}{d}$ AN. $X_1 = 9.92 \text{ cm}$ ; $X_2 = 10.92 \text{ cm}$ ; $X_3 = 11.54 \text{ cm}$ .	0.5 0.75
3.d)	Le pouvoir de résolution est $P_R = p N = p \frac{\ell}{d}$ . Pour $p = 1$ , $P_R = 4000$ . $\lambda_{\text{moy}}/\Delta\lambda = 982,2 < P_R$ . $\Delta\lambda_{\text{min}} = \lambda_{\text{moy}}/P_R = 0,15 \text{ nm}$ or $\Delta\lambda > \Delta\lambda_{\text{min}} \Rightarrow$ les deux radiations sont donc résolues.	0.5 1

Partie A: Action d'un champ magnétique permanent sur une spire		
A-I) 1.a)	Le flux de $\vec{B}_e$ à travers S est: $\Phi_e = \int \vec{B}_e \cdot \vec{n} d\Sigma = B_0 \pi a^2 \cos \alpha$ $\Phi_e = \Phi_0 \cos \alpha$	0.5
1.b)	La fem induite par $\vec{B}_e$ est: $e = -\frac{d\Phi_e}{dt} = \dot{\alpha} \Phi_0 \sin \alpha$	0.5
2.a)	Le champ électromoteur est défini par: $\vec{E}_m = \vec{v} \wedge \vec{B}_e$ . avec $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM} = \dot{\alpha} \vec{u}_y \wedge (x\vec{u}_x + y\vec{u}_y + z\vec{u}_z) = \dot{\alpha} (z\vec{u}_x - x\vec{u}_z)$ $\vec{E}_m = -\dot{\alpha} z \vec{u}_y$ $e = \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = \iint \text{rot} \vec{E}_m \cdot \vec{n} d\Sigma = \dot{\alpha} B_0 \pi a^2 \sin \alpha \Rightarrow e = \dot{\alpha} \Phi_0 \sin \alpha$	0.5
2.b)	$e = \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{\ell} = \iint \text{rot} \vec{E}_m \cdot \vec{n} d\Sigma \Rightarrow e = \dot{\alpha} \Phi_0 \sin \alpha$	0.5
3)	La spire, en mouvement, est soumise à l'action d'un champ magnétique extérieur permanent; elle est donc le siège d'une fem induite et par conséquent elle sera parcourue par un courant $i(t)$ .	0.5
4.a)	$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \dot{\alpha} \Phi_0 \sin \alpha - L \frac{di}{dt} = Ri$ . Si on immobilise S, alors $\dot{\alpha} = 0$ . $i(t) = I_1 \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right)$ $\tau = L/R$ représente la constante de temps et s'exprime en seconde.	0.5 0.25
4.b)	Si à $t = t_2$ , $I_1$ est réduit de moitié, alors $I_1 \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) = \frac{I_1}{2}$ $\Delta t = t_2 - t_1 = \tau \log 2 = L \log(2)/R$ .	0.25
A-II 1.a)	$\frac{d\Phi}{dt} = -Ri = 0$ puisque $R=0 \Rightarrow \Phi = \Phi_0 \cos \alpha + Li = Cste$	0.5
	$\Phi = \Phi_0 \cos \alpha + Li = Cste = \Phi(t=0) = \Phi_0$ $i(t) = \frac{\Phi_0}{L} (1 - \cos \alpha)$	0.5
1.b)	Au cours de cette opération $i(t)$ augmente et il en est de même pour le champ magnétique induit. Loi de Lenz: cours. Au cours de l'opération, le flux de $\vec{B}_e$ extérieur $\Phi_e$ diminue. Un courant induit $i(t)$ est ainsi créé dans S engendrant ainsi un champ magnétique dont le flux à travers S augmente de façon à s'opposer à la diminution de $\Phi_e$ .	0.25 0.5 0.5

2)	$W_m = \frac{1}{2} L i_{\max}^2 = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0^2}{L}$	0.5
3)	Mouvement quasistatique: $\vec{\Gamma}_L + \vec{\Gamma}_{op} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\Gamma}_{op} = -\vec{\Gamma}_L = -\vec{m} \wedge \vec{B} = -i\pi a^2 \vec{n} \wedge \vec{B}$  $\vec{\Gamma}_{op} = \frac{\Phi_0^2}{L} \sin \alpha (1 - \cos \alpha) \vec{u}_y$	0.75
4)	$dW_{op} = \Gamma_{op} d\alpha$ , au cours de l'opération $\alpha$ passe de 0 à $\pi/2$ . Après intégration, on a: $W_{op} = \frac{1}{2} \frac{\Phi_0^2}{L}$	0.5
	$W_m = W_{op}$ : le travail fourni par l'opérateur se trouve totalement sous forme d'énergie magnétique. Ce résultat était prévisible car il est conforme avec l'hypothèse négligeant toute forme de dissipation d'énergie.	0.25 0.25
1.a)	<b>Partie B: Action d'un champ magnétique variable sur une spire fixe</b> RFD appliquée a D: $\vec{P} + \vec{T} = M \ddot{z} \vec{u}_z$ Projection sur (Oz): $k(d - z - \ell_0) - Mg = M \ddot{z}$	0.5
1.b)	A l'équilibre $z = z_0$ , $Mg = k(d - z_0 - \ell_0)$ L'équation du mouvement devient alors: $\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{k}{M}(z - z_0) = 0$ On pose $Z = z - z_0$ et $\omega_0 = \sqrt{k/M}$ $\frac{d^2 Z}{dt^2} + \omega_0^2 Z = 0$ qui admet comme solution: $Z = z - z_0 = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ A et $\varphi$ sont des constantes. Ainsi, D effectue indéfiniment, autour de sa position d'équilibre, des oscillations sinusoïdales de pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/M}$ .	0.25 0.25
2)	$\Phi_d = \iint_{\Sigma} \vec{B}_d \cdot d\vec{\Sigma} = \oint_S \vec{A}_d \cdot d\vec{\ell} = 2\pi a A_\varphi$ $\Phi_d = \frac{\mu_0 m}{2a} (1 + z^2/a^2)^{-3/2}$	0.5
3.a)	$\Phi = \frac{\mu_0 m}{2a} (1 + z^2/a^2)^{-3/2} + Li$	0.25
3.b)	La loi de Faraday: $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ et la loi des mailles: $Ri = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi_e}{dz} \frac{dz}{dt} - L \frac{di}{dt}$ $Ri = -L \frac{di}{dt} - \frac{dz}{dt} h(z) \quad (E1)$	0.5



	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>\Delta' = 0, Z(t) = e^{-\rho t} (D_1 t + D_2)</math>; <math>D_1</math> et <math>D_2</math> sont des constantes</li> </ul> <p>Quel que soit le régime, à l'état final <math>D</math> s'immobilise et le courant dans <math>S</math> devient nul. En l'absence de <math>S</math> et de tout frottement, <math>D</math> effectue indéfiniment des oscillations autour de sa position d'équilibre.</p> <p>En présence de <math>S</math>, l'effet Joule dans <math>S</math> introduit un effet dissipatif; l'énergie totale du système va alors décroître au cours du temps ce qui se traduit par l'immobilisation de <math>D</math> et par conséquent l'annulation du courant induit dans <math>S</math>.</p> <p>Si <math>\rho &lt; \omega_0</math> et en tenant compte des conditions initiales (<math>Z = 0</math> et <math>dZ/dt = V_0</math>), alors la solution sera de la forme:</p> $Z(t) = \frac{V_0}{\sqrt{-\Delta'}} e^{-\rho t} \sin(\sqrt{-\Delta'} t)$	0.25 0.5 0.5
1.a)	<p><b>Partie C- Transfert thermique</b></p> <p>Régime permanent: <math>j_Q(z) = j_Q(z+dz) \Rightarrow d^2 T/dz^2 = 0</math></p> $\Rightarrow T(z) = \frac{T_L - T_0}{L} z + T_0$ <p>La résistance thermique est <math>R = \frac{T_0 - T_L}{P}</math>, où <math>P</math> est la puissance thermique traversant la section <math>S = \pi r^2</math>. <math>P = j_Q S = \lambda S \frac{T_0 - T_L}{L}</math></p> $R = \frac{L}{\lambda S} = \frac{L}{\lambda \pi r^2}$	0.25 0.5 0.5
1.b)	<p>Le fil est parcouru par <math>I</math>, on a donc une source thermique (effet Joule) à l'intérieur du conducteur dont la puissance est : <math>P = R_e I^2</math>, où <math>R_e</math> est la résistance électrique du conducteur de longueur <math>dz</math> et de section <math>S = \pi r^2</math>. Soit:</p> $R_e = \frac{dz}{\gamma \pi r^2}$ $j_Q(z) S + R_e I^2 = j_Q(z+dz) S \Rightarrow -\frac{dj_Q(z)}{dz} + \frac{I^2}{\gamma (\pi r^2)^2} = 0$ $\frac{d^2 T(z)}{dz^2} + \frac{I^2}{\lambda \gamma (\pi r^2)^2} = 0$	1.25
2)	<p>Si on tient compte en plus du rayonnement thermique, il faudrait rajouter au bilan précédent, la puissance rayonnée par la surface latérale du conducteur. Soit:</p> $P_r = \sigma T^4 2\pi r dz$ $j_Q(z) \pi r^2 + R_e I^2 = j_Q(z+dz) \pi r^2 + \sigma T^4 2\pi r dz \Rightarrow -\frac{dj_Q(z)}{dz} + \frac{I^2}{\gamma (\pi r^2)^2} = \frac{2\sigma}{r} T^4$ $\frac{d^2 T(z)}{dz^2} - \frac{2\sigma}{\lambda r} T^4 + \frac{I^2}{\lambda \gamma (\pi r^2)^2} = 0$	1.5