REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2011

المناظرات الوطنية للدخول إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2011

Concours Toutes Options
Epreuve d'Informatique

Date : Mardi 14 Juin 2011 **Heure : 15 H** **Durée : 2 H** **Nbre pages : 4**

Barème : EXERCICE 1 : 4,5 = 0,5 points par question
EXERCICE 2 : 5,5 = 1,25 + 1,5 + 0,75 + 2
EXERCICE 3 : 4,5 = 0,5 + 1,5 + 1 + 1,5
EXERCICE 4 : 5,5 = 0,5 + 1 + 0,5 + 0,5 + 1,5 + 1,5

DOCUMENTS NON AUTORISES
L'USAGE DES CALCULATRICES EST INTERDIT

EXERCICE 1

Soit f, la fonction définie par :

$$f:(a,x)\mapsto(x^2-ax)e^{\frac{1}{x}}, \text{ avec } a \text{ paramètre réel}.$$

Donner les commandes **MAPLE** permettant de :

1. définir la fonction f ;
2. déterminer un développement limité de $f(a,x)$ pour $x=+\infty$ à l'ordre 3 ;
3. calculer les limites à gauche et à droite de $f(a,x)$ en 0 ;
4. définir de deux manières différentes df, la fonction dérivée de f, par rapport à x ;
5. trouver les racines de $\frac{\partial}{\partial x}f(a,x)$;
6. représenter sur le même graphe les fonctions $f(k,x)$ pour k entier variant de 1 à 5 et $x\in[-5,5]$ en limitant les ordonnées dans l'intervalle $[-10,10]$;
7. calculer dans $a1$, la valeur de a solution de l'équation $\frac{\partial}{\partial a}f(a,x)=0$;
8. tracer la courbe représentative de $f(2,x)$ pour $x\in[-10,10]$ en limitant les ordonnées dans l'intervalle $[-10,10]$;
9. donner le résultat simplifié de $\frac{\partial}{\partial x}f(2,x)$.

EXERCICE 2

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

A. Soit P, le polynôme en X, défini par $P=(X-1)(X^2+1)^5$.

Donner les commandes **MAPLE** permettant de :

A.1 définir P ;

A.2 déterminer le degré de P ;

A.3 donner la forme développée et ordonnée selon les puissances décroissantes de P ;

A.4 générer la séquence des coefficients de P ordonnés selon les puissances décroissantes en X, sachant que la commande ***coeffs*** ne génère pas la séquence ordonnée ;

A.5 déterminer le quotient Q et le reste R de la division euclidienne de P par aX^3+b.

B. Soit la famille des polynômes $\sum_{k=0}^{n} X^k$ avec n variant entre 3 et 50.

Donner les instructions **MAPLE** qui déterminent, dans un tableau ***Td*** les degrés des polynômes divisibles par $1+X+X^2$.

C.

C.1 Définir la fonction R, qui à un entier n, associe le polynôme $Q=\prod_{k=1}^{n}\left(X^k+1\right)$.

C.2 Pour $n=50$, donner le coefficient du terme du plus haut degré de Q.

D. Soit P un polynôme en X. Pour qu'un réel a soit une racine multiple d'ordre k de P, il faut et il suffit de vérifier les relations :

$$P(a)=P'(a)=P''(a)=\ldots=P^{(k-1)}(a)=0 \text{ et } P^{(k)}(a)\neq 0$$

Ecrire une procédure **MAPLE** nommé ***MULTIPLICITE***, ayant comme paramètres un polynôme P en X et un réel a, retourne l'ordre de multiplicité de a selon le principe décrit ci-dessus si a est une racine et retourne 0 sinon.

EXERCICE 3

Le but de l'exercice est de déterminer la note d'un devoir multi-questions à choix unique (VRAI ou FAUX) d'un candidat.
Les questions sont stockées dans un tableau ***Ques*** de chaîne de caractères. Les réponses correctes à ces questions sont stockées dans un tableau ***Correct*** de type booléen.
Les réponses du candidat aux questions auxquelles il désire répondre (0 pour FAUX et 1 pour VRAI) seront saisies puis validées dans un tableau ***Rep*** initialement initialisé à la valeur -1. Cette dernière représente une réponse non encore saisie ou une réponse saisie mais non validée.
On suppose dans la suite que :

- les tableaux ***Ques*** et ***Correct*** sont préalablement saisis.
- le nombre de questions ***k*** ne dépasse pas une valeur NMAX=100.
- les tableaux ***Ques***, ***Correct*** et ***Rep*** sont respectivement de type **TABQ**, **TABC** et **TABR** définis comme suit :

CONSTANTE	NMAX=100
TYPE	TABQ = tableau [1..NMAX] de chaîne
	TABC = tableau [1.. NMAX] de booléen
	TABR = tableau [1.. NMAX] de entier

<u>Travail demandé :</u>

1. Ecrire une procédure, nommée ***AFF_QUES***, permettant d'afficher dans l'ordre, les ***k*** questions de ***Ques*** ainsi que les numéros correspondants.
2. Ecrire une procédure, nommée ***REPONSES***, qui permet au candidat de :
   - saisir le numéro de la question à laquelle il veut répondre ;
   - répondre à la question par 0 ou 1 ;
   - valider la réponse, par mise à jour de ***Rep***, s'il le souhaite ;

Dans le cas où le candidat souhaite répondre à une autre question, il saisit "O" pour « OUI » et "N" pour « NON » comme réponse au message affiché « voulez-vous répondre à une autre question ? ».

N.B :

- Faites les contrôles nécessaires.
- Le candidat peut ne pas répondre à toutes les questions.
- Le candidat ne peut plus modifier une réponse déjà validée.

3. Ecrire une fonction, nommée ***TOTAL*** qui à partir des tableaux ***Rep*** et ***Correct*** retourne le total des points correspondant aux réponses.

   Les points par réponse sont attribués comme suit :

   - 0 pour pas de réponse.
   - 2 pour une réponse correcte.
   - -1 pour une réponse incorrecte.

   Exemple :

Rep :	1	-1	-1	0	0	0
Correct :	VRAI	VRAI	FAUX	FAUX	VRAI	FAUX
	2	0	0	2	-1	2

   Le total des points est : 2 + 0 + 0 + 2 + (-1) + 2 = 5

4. Ecrire un algorithme nommé ***INTERROGATION*** permettant de :
   - saisir un entier N compris entre 2 et NMAX correspondant au nombre de questions ;
   - initialiser le tableau ***Rep*** à (-1) ;
   - afficher les N questions du tableau ***QUES*** ;
   - mettre à jour le tableau ***Rep*** par les réponses validées ;
   - calculer <u>la note sur 20</u> du candidat. La note est égale 0 si le total des points est négatif ou nul et est calculée sur 20 si le total des points est positif ;
   - afficher le résultat trouvé.

EXERCICE 4

On désire informatiser en partie un championnat de foot comportant N équipes numérotées de 1 à N.

A la fin du championnat on enregistre, dans une matrice carrée $\boldsymbol{R}$ d'ordre N, les résultats des matchs aller et retour joués entre les différentes équipes tel que :

$R_{i,j} = 1$ Si l'équipe i a gagné le match contre l'équipe j.

$R_{i,j} = 2$ Si l'équipe j a gagné le match contre l'équipe i.

avec $\begin{cases} i < j & \text{représente un match aller} \\ i > j & \text{représente un match retour} \end{cases}$

$R_{i,j} = 0$ Si match nul.

$R_{i,i} = -1$ Valeur non significative.

<u>Exemple :</u> Résultats des matchs aller et retour pour 6 équipes à la fin du championnat.

	1	2	3	4	5	6
1	-1	1	0	0	1	2
2	0	-1	1	0	0	2
3	0	1	-1	1	1	2
4	0	1	2	-1	2	2
5	1	1	2	2	- 1	1
6	2	0	0	1	1	-1

Les cases grises représentent les résultats des matchs aller de l'équipe 3.

- ➢ L'équipe 2 a gagné le match aller contre l'équipe 3 car $R_{2,3} = 1$ et a perdu le match retour contre l'équipe 3 car $R_{3,2} = 1$.
- ➢ L'équipe 6 a gagné le match aller contre l'équipe 2 car $R_{2,6} = 2$ et a fait match retour nul contre l'équipe 2 car $R_{6,2} = 0$.

Les buts marqués et les buts encaissés par chaque équipe à la fin du championnat sont stockés dans une matrice ***B*** à *N* lignes et 2 colonnes tel que :

$B_{i,1}$ = Buts marqués par l'équipe *i*.

$B_{i,2}$ = Buts encaissés par l'équipe *i*.

Une équipe obtient 3 points pour chaque match gagné, 0 point pour chaque match perdu et 1 point pour chaque match nul.
les ***m*** équipes ayant obtenu le maximum de points, seront référencées dans une matrice ***CH*** à ***m*** lignes et 2 colonnes.($1 \leq m \leq N$, ***m*** à déterminer)

Une ligne ***i*** de ***CH*** est définie comme suit :

$CH_{i,1}$ = Numéro de l'équipe ayant le maximum de points.

$CH_{i,2}$ = Ecart entre les buts marqués et les buts encaissés par l'équipe numéro $CH_{i,1}$.

Travail demandé :

Dans la suite :

- on suppose avoir défini les types suivants :
  CONSTANTE $N = 20$
  TYPE MATR = tableau [1..*N* , 1..*N*] de entier
  MATB = tableau [1..*N* , 1..2] de entier
  TABP = tableau [1..*N*] de entier
- ***R*** est une matrice carrée d'ordre *N* représentant les résultats des matchs aller et retour des *N* équipes.
- ***B*** est une matrice à *N* lignes et 2 colonnes représentant les buts marqués et les buts encaissés par les *N* équipes.

1. Ecrire une procédure nommée ***Saisie_R***, permettant la saisie des résultats des matchs aller et retour dans ***R***.
2. Ecrire une fonction nommée ***Nb_PTS_AR*** qui, à partir de ***R***, d'un numéro d'équipe ***k*** et d'un paramètre booléen ***AR***, calcule et retourne comme résultat le nombre de points cumulés par cette équipe dans la phase aller si ***AR*** = VRAI et dans la phase retour du championnat si ***AR*** = FAUX.
3. Ecrire une procédure nommée ***TABL_PTS*** qui à partir de ***R***, calcule dans un tableau ***T***, le total des points de chacune des *N* équipes.
4. Ecrire une procédure nommée ***Saisie_B***, permettant de saisir dans ***B*** les buts marqués et les buts encaissés par les *N* équipes.
5. Ecrire une procédure nommée ***CHAMPIONS*** qui, à partir de ***R***, ***T*** et ***B***, renvoie comme paramètres ***m*** et ***CH***.
6. Ecrire une procédure nommée ***AFF_CHAMPIONS*** qui affiche les résultats relatifs à la (ou aux) équipe(s) ayant le maximum de points conformément au modèle suivant :

Numéro Equipe	*total points*	*total points aller*	*total points retour*	*écarts entre buts marqués et buts encaissés*	*nombre de buts marqués*