



Concours en Physique et Chimie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 05 Juin 2008 Heure : 8 H 00 Durée : 4 H Nbre pages : 07
Barème : Problème 1 : 13 pts ; Problème 2 : 07 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

Données utiles :

- Le vide est caractérisé par sa permittivité électrique $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F.m}^{-1}$ et sa perméabilité magnétique $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 .10^{-19} \text{ C}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9,10.10^{-31} \text{ kg}$
- Masse du proton : $m_p = 1,67.10^{-27} \text{ kg}$
- $\text{rot}(\text{rot}\vec{a}) = \text{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- $\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

Le référentiel $\mathcal{R}(\text{Oxyz})$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est supposé galiléen. La terre est entourée d'une atmosphère assimilable au vide et d'une couche haute située entre 60 km et 300 km d'altitude appelée ionosphère. Sous l'effet du rayonnement solaire, il se produit une photo-ionisation d'une partie de molécules présentes. Ainsi, l'ionosphère se comporte comme un plasma constitué par des ions positifs de masse m_p et des électrons de masse m_e , de concentrations égales. Le gaz, comportant N porteurs de charge par unité de volume, est assez dilué de sorte que les particules puissent être considérées comme libres (on néglige toute interaction mutuelle). Cela signifie, en particulier, que sa permittivité électrique et sa perméabilité magnétique sont celles du vide.

Propagation d'une onde électromagnétique dans un plasma

Le plasma est soumis à une onde électromagnétique plane progressive monochromatique de champ électrique

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp i(\omega t - kz)$$

où \vec{E}_0 est un vecteur uniforme et constant.

Dans tout le problème, on néglige le poids des porteurs de charges devant la force électrique.

1-

1-1- Ecrire les équations de Maxwell dans le vide satisfaites par le champ électromagnétique en présence de densités volumiques de charges $\rho(\mathbf{M}, t)$ et de courants $\vec{j}(\mathbf{M}, t)$.

1-2- Préciser brièvement la signification physique de chacune de ces équations.

2- Déterminer l'équation du mouvement d'un électron animé d'une vitesse \vec{v}_e et celle d'un ion animé d'une vitesse \vec{v}_p relativement au référentiel \mathcal{R} .

3- Justifier que l'on puisse négliger la force exercée sur les porteurs de charges par le champ magnétique devant celle exercée par le champ électrique.

4-

4-1- Déterminer, en régime permanent, les expressions de \vec{v}_e et \vec{v}_p .

4-2- En déduire l'expression de la densité volumique de courant $\vec{j}(\mathbf{M}, t)$.

On pose $\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{\mu\epsilon_0}}$: pulsation plasma, où μ est une masse réduite définie par $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_p}$.

5-

5-1- Calculer ω_p pour $N = 6,1 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$.

5-2- Quelle est la longueur d'onde dans le vide associée à ω_p ? Faire l'application numérique.

5-3- Que peut-on dire de la contribution des ions à la densité volumique de courant ? Justifier. En déduire l'expression simplifiée de $\vec{j}(\mathbf{M}, t)$.

Cette approximation sera considérée dans toute la suite du problème.

6- Montrer que la conductivité complexe du milieu s'écrit : $\underline{\gamma} = -i \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega}$.

7- On se place en régime sinusoïdal permanent avec $\omega \neq \omega_p$.

7-1- Montrer alors que la densité volumique de charges est nulle.

7-2- En déduire la structure de l'onde dans le plasma.

8- Etablir l'équation de propagation satisfaite par le champ électromagnétique.

9- Déterminer la relation de dispersion dans le plasma étudié.

10- On définit l'indice complexe du plasma par $\underline{n} = \frac{c}{\omega} \underline{k}$.

10-1- Déterminer l'expression de \underline{n}^2 .

10-2- En déduire les expressions de \underline{n} dans les deux cas : $\omega < \omega_p$ et $\omega > \omega_p$.

11- Pour quelles fréquences, l'onde électromagnétique se propage sans atténuation dans l'ionosphère ? Citer une application de ce phénomène.

12- Donner dans ce cas, les expressions réelles \vec{E} et \vec{B} des champs. On suppose que $\vec{E}_0 = E_0 \vec{u}_x$.

13- Déterminer les vitesses de phase v_ϕ et de groupe v_g . Représenter ces vitesses en fonction de ω .

14- Déterminer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\langle \vec{\Pi} \rangle$.

15- Déterminer la moyenne temporelle de la densité d'énergie électromagnétique $\langle u_{em} \rangle$ et de la densité d'énergie cinétique $\langle e_e \rangle$.

16- En déduire la vitesse v_e de transport de la densité d'énergie moyenne totale.

17- Dans le cas où $\omega < \omega_p$, déterminer l'expression du champ électrique de l'onde dans le plasma. Commenter. Citer une application de ce phénomène.

18- Les ondes émises par la chaîne nationale Radio – Tunis de fréquence 684 kHz peuvent – elles se propager dans l'ionosphère ? Justifier.

Plasma soumis à un champ magnétique uniforme et constant

Le plasma précédent est maintenant plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et constant \vec{B}_0 .

Les conditions de propagation dans le plasma de l'onde électromagnétique de champ électrique $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp(i(\omega t - kz))$ dépendent des orientations des champs et du vecteur d'onde par rapport à \vec{B}_0 .

On se place dans le cas où $\vec{B}_0 = B_0 \vec{u}_z$ ($B_0 > 0$).

19- En régime sinusoïdal, déterminer la densité de charges ρ et la composante longitudinale E_z du champ électrique.

20-

20-1- Montrer que la densité volumique de courant s'écrit :

$$\vec{j} = -i \frac{\epsilon_0 \omega_p^2}{\omega \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)} \left[\vec{E} - i \frac{\omega_c}{\omega} \vec{u}_z \wedge \vec{E} \right], \text{ où } \omega_c \text{ est une pulsation que l'on déterminera.}$$

Que peut-on dire de la conductivité du milieu ?

20-2- En déduire les expressions des composantes j_x et j_y de \vec{j} .

21- En exploitant les équations de Maxwell, obtenir une autre relation entre \vec{j} et \vec{E} .

22-

22-1- Montrer que les composantes de \vec{E} vérifient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \alpha E_x - i\beta E_y = 0 \\ i\beta E_x + \alpha E_y = 0 \end{cases}$$

où α et β sont des fonctions de ω à expliciter.

22-2- En déduire la relation de dispersion.

22-3- Montrer que les solutions de cette équation s'écrivent :

$$\begin{cases} k_+^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + \omega_c)}\right) \\ k_-^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)}\right) \end{cases}$$

23- A quelles conditions sur ω les solutions k_+ et k_- sont réelles ?

Dans la suite, on suppose que cette condition est réalisée.

24-

24-1- Quelles sont les polarisations des ondes planes correspondant respectivement à k_+ et k_- ? Justifier.

24-2- Expliciter les champs \vec{E}_+ et \vec{E}_- .

24-3- Déterminer les conductivités γ_+ et γ_- pour chacune de ces ondes.

24-4- Donner alors les indices optiques n_+ et n_- correspondants.

25- L'onde plane, polarisée rectilignement suivant Ox, arrive normalement en $z = 0$ sur le plasma.

25-1- Montrer que dans le plan $z = \ell$, cette onde est toujours polarisée rectilignement. Déterminer sa nouvelle direction de polarisation.

25-2- En déduire l'angle de rotation θ du plan de polarisation de l'onde que l'on exprimera en fonction de n_+ , n_- , ℓ , ω et c .

25-3- Ce phénomène est appelé «effet Faraday». Citer un phénomène analogue en optique.

Propagation d'une onde électromagnétique entre le sol et l'ionosphère

Une onde électromagnétique plane monochromatique polarisée rectilignement est émise depuis la surface terrestre suivant la direction (Oz) normale à l'interface atmosphère – ionosphère (Figure 1). On néglige l'effet du champ magnétique terrestre.

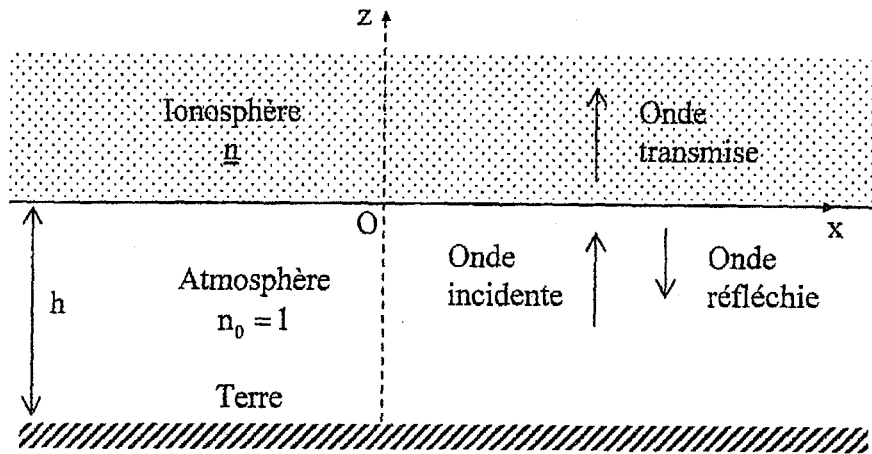


Figure 1

Sur l'interface, l'onde incidente de champ électrique $\vec{E}_i(M, t) = E_0 \exp i(\omega t - k_0 z) \vec{u}_x$ donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise de champs respectifs $\vec{E}_r(M, t) = E_{0r} \exp i(\omega t + k_0 z) \vec{u}_x$ et $\vec{E}_t(M, t) = E_{0t} \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_x$.

- 26- Déterminer les expressions des champs magnétiques \vec{B}_i , \vec{B}_r et \vec{B}_t de ces ondes.
- 27- Déterminer les coefficients de réflexion \underline{r} et de transmission \underline{t} en amplitude de l'interface atmosphère – ionosphère en fonction de l'indice \underline{n} du plasma.
- 28-
- 28-1- Déterminer, au plan $z = 0$, les moyennes temporelles des vecteurs de Poynting incident, réfléchi et transmis notés respectivement $\langle \vec{\Pi}_{oi} \rangle$, $\langle \vec{\Pi}_{or} \rangle$ et $\langle \vec{\Pi}_{ot} \rangle$.
- 28-2- En déduire les expressions des facteurs de réflexion et de transmission en puissance notés respectivement R et T , en fonction de \underline{r} , \underline{t} et \underline{n} .
- 29- Déterminer explicitement \underline{n} , puis R et T dans les deux cas : $\omega < \omega_p$ et $\omega > \omega_p$.

Commenter les résultats.

30- Dans le cas où l'onde est totalement réfléchie par l'ionosphère, on assimile l'interface $z = 0$ et la surface de la terre à deux plans conducteurs parfaits distants de h .

30-1- Déterminer la fréquence la plus basse de l'onde guidée entre les deux plans en fonction de h et c . Faire l'application numérique.

30-2- Dans la transmission des ondes radio, on utilise différentes bandes de fréquences :

- Bande AM (Modulation d'Amplitude) : [540 kHz, 1600 kHz]
- Bande FM (Modulation de Fréquence) : [88 MHz, 108 MHz]

Comparer la portée de chaque transmission.

Problème 2 : Changement de phase d'un corps pur

L'équilibre de phase entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données regroupées dans le tableau figurant à la fin de l'énoncé.

1- Diagrammes d'équilibre :

1-1- Décrire une expérience illustrant la notion de changement de phase d'un corps pur.

1-2-

1-2-1- Donner l'allure du diagramme d'état (P, T) d'un corps pur pouvant exister sous trois phases. P et T désignent respectivement la pression et la température du corps pur.

1-2-2- Préciser la signification des courbes et des domaines qu'elles délimitent.

1-2-3- Définir le point triple et le point critique.

1-2-4- Expliquer la particularité du diagramme d'état (P, T) de l'eau.

1-3-

1-3-1- Tracer l'allure des isothermes (pour $T < T_c$; $T = T_c$; $T > T_c$) dans le diagramme de Clapeyron (P, v) d'un corps pur constitué de deux phases liquide et vapeur en équilibre, où v représente le volume massique de ce corps et T_c est sa température critique.

Représenter sur le même diagramme les courbes d'ébullition et de rosée et définir la pression de la vapeur saturante P_s .

1-3-2- Indiquer les caractéristiques de l'isotherme critique.

1-4- On désigne par h l'enthalpie massique du corps pur. L'indice l est relatif à la phase liquide et l'indice v est associé à la phase vapeur.

Montrer que le titre massique en vapeur s'écrit :
$$x_v = \frac{v - v_l}{v_v - v_l} = \frac{h - h_l}{h_v - h_l}$$

1-5- On désigne par $L_{\text{vap}}(T)$ la chaleur latente de vaporisation d'un corps pur à la température T .

Donner la relation liant $L_{\text{vap}}(T)$ à $h_v(T)$ et $h_l(T)$.

2- On dispose d'un cylindre indéformable muni d'un piston et contenant de l'eau pure. L'ensemble constitue un système adiabatique.

On rappelle que l'entropie massique d'un corps pur sous deux phases liquide - vapeur en équilibre

s'écrit :

$$s(x_v, T) = c_l \ln T + \frac{x_v}{T} L_{\text{vap}}(T) + s_0,$$

où c_l est la capacité thermique massique du corps pur à l'état liquide et s_0 est une constante.

Initialement le piston est fixé à une position où le volume du cylindre est $V_1 = 10$ litres. On y introduit une masse $m = 10$ g d'eau pure. Cet état correspond à un équilibre liquide - vapeur à la température $T_1 = 373$ K. On suppose que la vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait.

On donne : la constante de gaz parfait $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ et la masse molaire de l'eau $M_{\text{H}_2\text{O}} = 18 \text{ g mol}^{-1}$.

2-1- Calculer le titre massique x_{v1} correspondant.

2-2- À partir de cet état d'équilibre, on fait subir à l'eau une détente adiabatique réversible jusqu'à la température $T_2 = 323$ K.

En supposant que c_l est indépendante de la température dans le domaine étudié, calculer le titre massique x_{v2} à la fin de la détente.

On donne : $c_l = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

3- Les centrales thermiques ou nucléaires utilisent un circuit secondaire constitué par une machine à vapeur. Elle permet la rotation d'un alternateur produisant ainsi de l'énergie électrique.

Ce circuit secondaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (Figure 2).

Le fonctionnement de cette machine à vapeur peut être modélisé dans une approche simplifiée par le cycle de Rankine, décrit par les transformations suivantes :

- Transformation A → B : compression adiabatique réversible de l'eau liquide, réalisée dans la pompe d'alimentation, de l'état A à l'état B définis respectivement par ($P_A = 5,6 \cdot 10^{-2}$ bar, $T_A = 308$ K) et ($P_B = 69,2$ bar, T_B).
- Cette compression entraîne une élévation $\Delta T = T_B - T_A$ de la température.
- Transformation B → D : échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène l'eau liquide de l'état B à l'état liquide saturant (état D) de pression P_B et de température T_D .
 - Transformation D → E : vaporisation totale sous la pression P_B dans le générateur de vapeur qui amène l'eau à l'état de vapeur saturante.
 - Transformation E → F : détente adiabatique réversible de la pression P_B à P_A , réalisée dans la turbine calorifugée. Dans l'état F, l'eau se trouve sous deux phases liquide – vapeur en équilibre. La turbine entraîne la rotation de l'alternateur.
 - Transformation F → A : liquéfaction totale sous la pression P_A de la vapeur présente à l'état F, réalisée dans le condenseur.

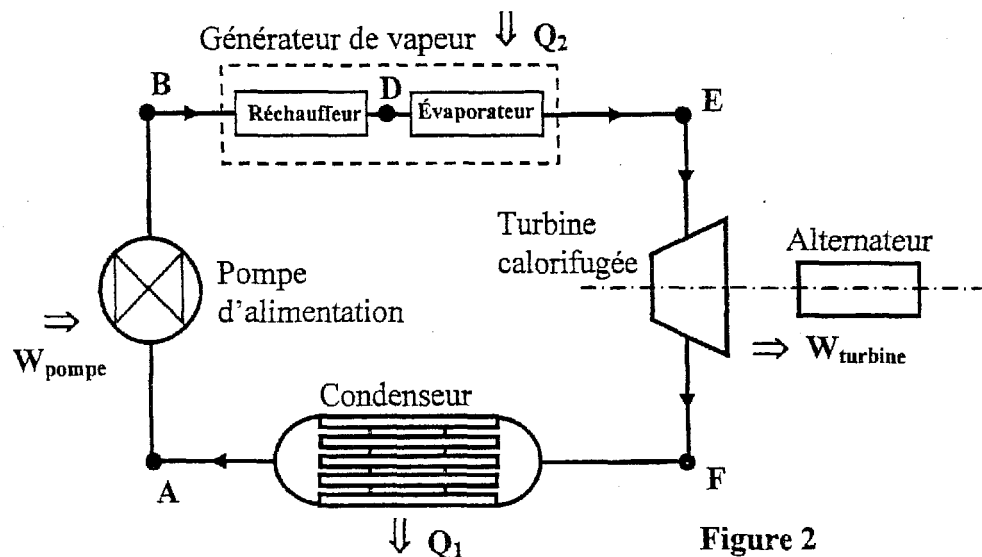


Figure 2

3-1- Montrer que, pour un fluide en écoulement permanent, le premier principe de la thermodynamique, relatif à l'unité de masse, s'écrit :

$$\Delta h = w_u + q$$

où h , w_u et q sont des grandeurs massiques et représentent respectivement l'enthalpie, le travail utile et le transfert thermique échangé.

On ne tient pas compte des variations des énergies cinétique et potentielle lors de l'écoulement du fluide.

3-2- Représenter le cycle décrivant les transformations que subie l'eau dans le diagramme de Clapeyron (P, v).

3-3- La différentielle de l'entropie massique du liquide, en fonction des variables P et T s'écrit :

$$ds = c_l \frac{dT}{T} - \alpha v_l dP$$

La capacité thermique massique c_ℓ et le coefficient de dilatation isobare $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$ sont supposés constants.

On donne : $v_\ell = 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$, supposé indépendant de la pression, $c_\ell = 4,18 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Calculer T_B et vérifier que $\Delta T \ll T_A$. Commenter.

Dans la suite du problème, on prendra $T_A = T_B$.

3-4- Calculer le titre massique x_{vF} et l'enthalpie massique h_F de l'eau dans l'état F.

3-5- Calculer les quantités d'énergie thermique massiques échangées q_1 et q_2 , respectivement dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

3-6- Calculer le travail utile massique $w_u = w_{\text{turbine}} - w_{\text{pompe}}$ échangé au cours du cycle de transformations.

3-7- Calculer le rendement ρ du circuit secondaire de la centrale de production d'énergie électrique.

Données relatives à l'équilibre liquide - vapeur de l'eau :

T (K)	Pression de la vapeur saturante P_s (bar)	Liquide saturant		Vapeur saturante	
		v_ℓ ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	h_ℓ (kJ kg^{-1})	v_v ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1}$)	h_v (kJ kg^{-1})
308	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	146,34	25,24	2560,67
323	0,123	$1,01 \cdot 10^{-3}$	208,96	12,04	2587,42
373	1,013	$1,04 \cdot 10^{-3}$	418,42	1,67	2671,44
558	69,200	$1,35 \cdot 10^{-3}$	1261,11	0,03	2768,83

Fin de l'Epreuve