REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2012

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2012

Concours Physique et Chimie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 07 Juin 2012	**Heure : 8 H00**	**Durée : 4 H**	**Nbre pages : 7**
Barème : Exercice : 05 pts ; Problème 1 : 08 pts ; Problème 2 : 07 pts			

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé
L'épreuve est constituée d'un exercice et de deux problèmes indépendants.
Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

L'espace est rapporté à un repère (O,x,y,z) auquel est associée la base orthonormée directe $(\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z)$.

Formulaire :

* $\cos a+\cos b=2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$

* $\cos a-\cos b=2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{b-a}{2}\right)$

* $\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{U}\right)=\overrightarrow{\text{grad}}\left(\text{div}\,\vec{U}\right)-\Delta\vec{U}$

* En coordonnées sphériques $\overrightarrow{\text{grad}}\,f(r,\theta,\varphi)=\frac{\partial f}{\partial r}\vec{e}_r+\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi$

Exercice : *Deux oscillateurs couplés*

On considère un système de deux pendules identiques fixes respectivement aux points O_1 et O_2 (voir figure 1). Chaque pendule est constitué d'une tige de masse négligeable de longueur ℓ au bout de laquelle est accrochée un point matériel de masse m. Ces pendules sont couplés par un ressort de raideur k.

A l'équilibre, la distance séparant les deux points d'attache des pendules est égale à la longueur à vide d_0 du ressort.

A l'instant t, les positions des pendules sont repérées par les élongations angulaires θ_1 et θ_2. On se limite au cas où les oscillations sont de faible amplitude. On désigne par g l'accélération de la pesanteur et on néglige les frottements.

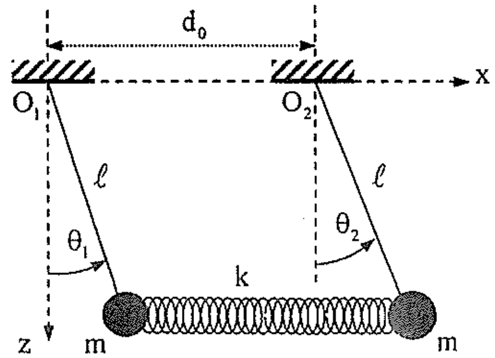

Figure 1

5- Écrire les équations de Maxwell vérifiées par les champs électrique et magnétique dans le conducteur et donner leurs sens physiques.

6- Montrer que, dans ce domaine de pulsation, le terme dit « courant de déplacement » peut être négligé devant le courant de conduction dans un bon conducteur.

7- Etablir l'équation de propagation à laquelle satisfait le champ électrique. Commenter.

8- Etablir la relation de dispersion et mettre le nombre d'onde $\underline{k}$ sous forme : $\underline{k}(\omega) = k_1 - i k_2$, k_1 et k_2 sont réels qu'on exprimera en fonction de ω, μ_0 et γ_0.

9- Déterminer l'indice complexe du milieu conducteur $\underline{n} = n_1 - i n_2$.

10- Déterminer l'expression du champ électrique qui règne dans le milieu conducteur. En déduire l'expression du champ magnétique correspond. Décrire le comportement de l'onde.

11- Exprimer, en fonction des données et de l'abscisse z la puissance moyenne volumique cédée par l'onde au conducteur. Préciser le facteur responsable de l'atténuation de l'onde électromagnétique dans le milieu conducteur.

III- Réflexion et transmission d'une onde électromagnétique sur un conducteur réel

Un conducteur ohmique, de conductivité réelle γ_0, occupe la partie de l'espace $z > 0$, sa surface est confondue avec le plan (Oxy). La partie de l'espace $z < 0$ est assimilée au vide. Une onde électromagnétique incidente est décrite par le champ électrique :

$\underline{\vec{E}}_i(z,t) = E_{0i}\,\vec{e}_x \exp i(\omega t - k_0 z)$ où E_{0i} est une constante réelle et k_0 est le nombre d'onde dans le vide.

En arrivant à la surface métallique $(z = 0)$, elle donne naissance à une onde réfléchie de champ électrique $\underline{\vec{E}}_r$ et une onde transmise de champ électrique $\underline{\vec{E}}_t$ (voir figure 2).

Ces champs électriques s'écrivent :

$\underline{\vec{E}}_r(z,t) = \underline{r}\,E_{0i}\,\vec{e}_x \exp i(\omega t + k_0 z)$

$\underline{\vec{E}}_t(z,t) = \underline{t}\,E_{0i}\,\vec{e}_x \exp i(\omega t - \underline{k} z)$

Où $\underline{r}$ et $\underline{t}$ représentent respectivement les coefficients complexes de réflexion et de transmission en amplitude du champ électrique.

Le métal admet une permittivité électrique et une perméabilité magnétique identiques à celles du vide (ε_0, μ_0).

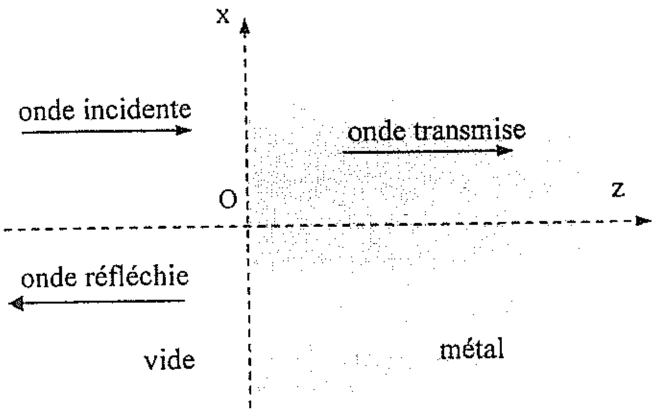

Figure 2

12- Donner les expressions des vecteurs d'onde des ondes incidente, réfléchie et transmise notés respectivement $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ et $\underline{\vec{k}}_t$.

13- Déduire les expressions complexes des champs magnétiques incident $\underline{\vec{B}}_i$, réfléchi $\underline{\vec{B}}_r$ et transmis $\underline{\vec{B}}_t$.

14- Ecrire les relations de continuité des champs électriques et magnétiques à l'interface $z = 0$.

15- En déduire les expressions complexes des coefficients de réflexion $\underline{r}$ et de transmission $\underline{t}$ en amplitude du champ électrique.

16- Que devient les expressions de $\underline{r}$ et $\underline{t}$ dans le cas d'un métal parfait où $\gamma_0 \to +\infty$? Commenter.

Problème 2

I- Propulsion d'une fusée

Une fusée représente un système ouvert $\Sigma(t)$ en mouvement dans le référentiel d'étude $(\mathcal{R})$ supposé galiléen lié au sol terrestre et muni d'un repère (O',x,y,z).

Pendant la durée dt, la fusée est susceptible d'éjecter vers le milieu extérieur une quantité de fluide de masse δm (figures 3.a et 3.b).

On étudie le mouvement suivant la verticale ascendante $(O'z)$ d'une fusée de masse totale $m(t)$ et de vitesse $\vec{V}(t)$ à l'instant t par rapport au référentiel $(\mathcal{R})$.

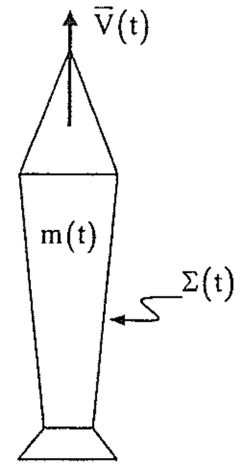

Figure 3.a

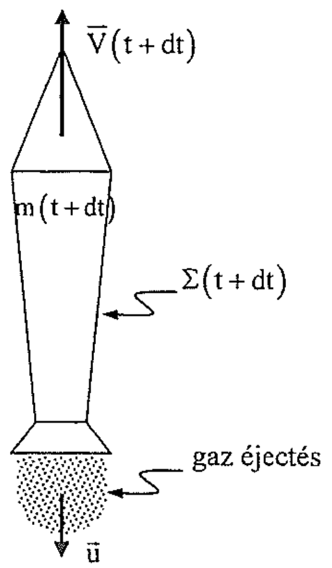

Figure 3.b

On note q_m le débit massique, supposé constant, des gaz éjectés à la vitesse $\vec{u}$ par rapport au référentiel $(\mathcal{R}')$ lié à la fusée. La résultante des forces extérieures exercées sur le système fermé se réduit à son poids $\vec{P}$.

1- Réaliser le bilan de masse entre les instants t et $t+dt$ relatif à un système fermé (Σ^*) qu'on précisera.

2- Effectuer le bilan de quantité de mouvement entre les instants t et $t+dt$ relatif à (Σ^*).

3- Montrer que le mouvement de la fusée est décrit par l'équation : $m(t)\dfrac{d\vec{V}(t)}{dt} = m(t)\vec{g} + \vec{T}$

où $\vec{T}$ est appelée la force de poussée dont on donnera l'expression en fonction de $\vec{u}$ et de q_m.

4- On suppose que la fusée se déplace dans le vide, en l'absence de la pesanteur. On note m_i et m_f les masses initiale et finale de la fusée. Exprimer l'accroissement de la vitesse $\Delta V = V_f - V_i$ en fonction de m_i, m_f et $u = \|\vec{u}\|$ supposée constante.

5- On définit l'efficacité propulsive de la fusée par le rapport Q entre l'énergie cinétique communiquée à la masse finale m_f à partir d'une fusée au repos et l'énergie totale dépensée, définie comme $\frac{1}{2}m_e u^2$, où m_e est la masse des gaz éjectés entre les instants initial et final. Exprimer Q en fonction de $\beta = \dfrac{V_f}{u}$. Tracer l'allure de Q en fonction de β. Interpréter qualitativement l'existence d'un maximum ?

6- Au moment du décollage, la masse totale de la fusée est $m_i = m(0) = 2\ 10^6\,\text{kg}$; la vitesse d'éjection des gaz est $u = 4\,\text{km}\,\text{s}^{-1}$. L'accélération au décollage est $a = g = 10\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$. Évaluer le débit massique et commenter.

7- La fusée, initialement immobile à l'altitude $z = 0$, est mise à feu. On suppose que la fusée s'élève verticalement, dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ supposé uniforme, avec un débit massique q_m constant. On néglige l'effet des couches atmosphériques sur la fusée. Établir les expressions de la vitesse $V(t)$ et de l'altitude $z(t)$ en fonction de t, m_i, g, u et q_m.

On rappelle que : $\int \ell n(x)\,dx = x\,\ell n(x) - x + C$, où C est une constante.

8- Le rayon de la Terre est $R_T = 6370\,\text{km}$. L'intensité de la pesanteur au niveau de la surface de la Terre est $g_0 = 10\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$. Évaluer l'énergie potentielle d'une masse de $1\,\text{kg}$ au repos à la surface de la Terre en prenant son énergie potentielle nulle à l'infini.

9- L'énergie libérée lors de la combustion de $1\,\text{kg}$ du combustible ne dépasse pas $2\ 10^7\,\text{J}$. Dans ces conditions, est-il possible de s'échapper du champ gravitationnel terrestre ? On demande une étude qualitative.

II- Mouvement d'un satellite géostationnaire

A l'aide des fusées, il est possible de placer sur une orbite géostationnaire des satellites de communications. Ces satellites assurent la transmission de données, des communications téléphoniques et des programmes de télévision.

La Terre est assimilée à une sphère de centre O, de masse M_T et de rayon R_T.

Le mouvement des satellites artificiels autour de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_g)$, d'origine O et d'axes orientés suivant trois étoiles éloignées fixes. Dans ce référentiel, supposé galiléen, la Terre tourne autour de son axe avec une période T et une vitesse angulaire $\omega_T = \dfrac{2\pi}{T}$.

Un satellite, de masse $m = 400\,\text{kg}$, assimilé à un point matériel P est animé d'un mouvement orbital autour de la Terre. Le satellite évolue à une altitude suffisamment élevée pour qu'on puisse négliger les frottements dus à l'atmosphère sur le satellite.

La force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite est donnée par la relation :

$\vec{F} = -\dfrac{\mathcal{G}\,m\,M_T}{r^2}\,\vec{e}_r$ avec $\overrightarrow{OP} = r\,\vec{e}_r$ $(r \geq R_T)$ et $\mathcal{G}$ désigne la constante de gravitation universelle.

Données : $T = 86164\,\text{s}$, $M_T = 5{,}98\ 10^{24}\,\text{kg}$, $R_T = 6370\,\text{km}$, $\mathcal{G} = 6{,}67\ 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$.

10- A quelle condition qualitative peut-on considérer que le référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_g)$ est galiléen durant la réalisation d'une expérience ?

Le satellite décrit, autour du centre de la Terre, une orbite circulaire de rayon $r = R_T + z$, *z est son altitude à partir de la surface de la Terre. Sa période de révolution est identique à celle de la Terre.*

11- Déterminer l'accélération $\vec{a}(P)$ du satellite lors de son mouvement, projetée dans la base sphérique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$.

12- En appliquant le théorème du moment cinétique par rapport au centre O de la Terre, montrer que le mouvement du satellite suit une trajectoire plane contenant le centre O de la Terre.

13- Montrer que le mouvement du satellite autour de la Terre est uniforme et déterminer sa vitesse v_0 qu'on exprimera d'abord en fonction de $\mathcal{G}$, M_T et r, puis en fonction de g_0, R_T et r, où g_0 désigne l'intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre.

Calculer numériquement v_0 pour $z = 832$ km.

14- Montrer que l'énergie mécanique du satellite est une grandeur conservative.

15- L'origine de l'énergie potentielle gravitationnelle est prise nulle à l'infini.

15-1- Déterminer l'expression de l'énergie potentielle E_p du satellite dans le champ de gravitation terrestre en fonction de M_T, m, $\mathcal{G}$ et r.

15-2- Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite autour de la Terre en fonction de $\mathcal{G}$, M_T, r et m.

16- Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite, lié à une fusée, immobile à la surface de la Terre en un point P de latitude λ en fonction de $\mathcal{G}$, M_T, m, R_T, λ et de la période T de rotation de la Terre autour de l'axe Sud-Nord. La latitude λ est l'angle que fait le vecteur position $\overrightarrow{OP}$ avec le plan équatorial.

Pourquoi lance-t-on préférentiellement les satellites depuis les régions de basse latitude (Kourou en Guyane française : latitude 5° Nord ; Cap Canaveral en Floride : latitude 28° Nord). Les lance-t-on plutôt vers l'Est ou vers l'Ouest ?

Fin de l'épreuve