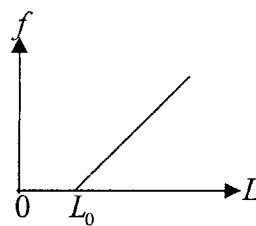


Problème I (30/100)
ETUDE THERMODYNAMIQUE D'UN FIL DE CAOUTCHOUC

Q	Réponse	Barème
I-1-	$\left. \begin{aligned} dU &= \delta Q_{rev} + \delta W_{rev} \\ dS &= \frac{\delta Q_{rev}}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow dU = T dS + f dL$ $F = U - TS \Rightarrow dF = f dL - S dT$	2
I-2-a)	$f = \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)_T = AT(L - L_0)$ <p>Lorsque $f = 0$ on a $L = L_0$ donc L_0 est la longueur à vide du fil. La raideur du fil de caoutchouc est AT, elle dépend de la température. Plus T croît plus le fil est raide donc moins élastique.</p>	1 0,5 0,5 0,5
I-2-b)	<p>Pour un gaz on a : $\delta W_{rev} = -p dV$ et pour le fil on a : $\delta W_{rev} = f dL$ d'où l'analogie : $p \leftrightarrow f$ et $V \leftrightarrow L$. Le diagramme de Clapeyron (p, V) d'un gaz devient (f, L) pour le fil. L'isotherme du fil est une droite de pente $AT > 0$.</p> 	1 1
I-3-a)	<p>Loi de Boltzmann. La loi de distribution de la pression d'une atmosphère isotherme de gaz parfait en équilibre hydrostatique suit la loi de Boltzmann.</p>	0,5 0,5
I-3-b)	$N = N_+ + N_- \Rightarrow B = \frac{N}{e^{fa/k_B T} (e^{fb/k_B T} + e^{-fb/k_B T})}$ <p>Donc $N_+ = \frac{N e^{fb/k_B T}}{(e^{fb/k_B T} + e^{-fb/k_B T})}$ et $N_- = \frac{N e^{-fb/k_B T}}{(e^{fb/k_B T} + e^{-fb/k_B T})}$.</p>	1 1
I-3-c)	$L = N_+(a + b) + N_-(a - b) \Rightarrow L = Na + Nb \frac{e^{fb/k_B T} - e^{-fb/k_B T}}{e^{fb/k_B T} + e^{-fb/k_B T}}$	2
I-3-d)	$fb \ll k_B T \Rightarrow L \approx Na + Nb \frac{bf}{k_B T} \Rightarrow f = \frac{k_B}{Nb^2} T (L - Na)$ <p>d'où par identification on a $A = \frac{k_B}{Nb^2}$ et $L_0 = Na$.</p>	1 0,5 0,5
II-1-	$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_L = - \frac{A}{2} (L - L_0)^2 + C \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + S_0$	1,5
II-2-	<p>Lorsqu'on allonge le fil $L > L_0$ on a $\left(\frac{\partial S}{\partial L} \right)_T = -A(L - L_0) < 0$ donc l'entropie diminue c.à.d. que l'ordre augmente en effet le fil de caoutchouc est constitué de longues chaînes de polymères enchevêtrées les unes sur les autres d'où une</p>	1 1

	tension f va provoquer un alignement des chaînes de polymères plus ou moins parallèlement les unes aux autres.	
II-3-	$U = F + TS = CT + U_0 = U(T)$ Le fil de caoutchouc obéit à la 1 ^{ère} loi de Joule comme un gaz parfait.	1,5 1
III-1-	$C_L dT + \mu dL = C_f dT + \lambda df$ $df = \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_T dL + \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L dT \Rightarrow C_L dT + \mu dL = \left[C_f + \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L \right] dT + \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_T dL$ $C_L = C_f + \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L$ <p>par identification :</p> $\lambda = \frac{\mu}{\left(\frac{\partial f}{\partial L}\right)_T} \Rightarrow C_f - C_L = -\mu \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_L$	1 1
III-2-	$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{C_L}{T} dT + \frac{\mu}{T} dL \Rightarrow \begin{cases} C_L = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_L \\ \mu = T \left(\frac{\partial S}{\partial L}\right)_T \end{cases}$ $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_L \Rightarrow C_L = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2}\right)_L \text{ et } \mu = -T \left(\frac{\partial^2 F}{\partial T \partial L}\right)$	1 1 1 1
III-3-	$C_L = C$ et $\mu = -AT(L - L_0)$	1 1
III-4-	$\frac{C_L}{m} = \frac{C}{\rho \Sigma L_0} = \frac{397}{0,9 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{-2}} = 2100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	1
III-5-	D'après l'équation d'état on a $L = L_0 + \frac{f}{AT} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{L} \frac{f}{AT^2} < 0$: Le caoutchouc se contracte par chauffage contrairement aux solides qui se dilatent.	1 0,5

Problème II (70/100)
ETUDE D'UN FILTRE INTERFERENTIEL

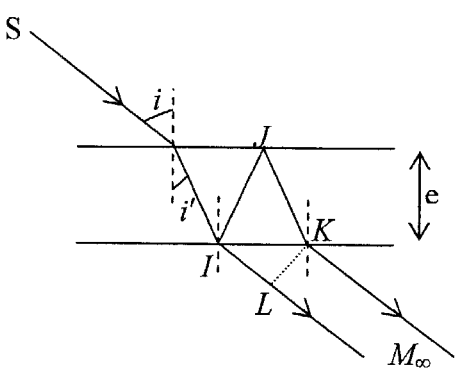
A- Propagation dans un milieu diélectrique linéaire homogène isotrope et transparent (20/100)

A-1-	$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \overline{\operatorname{rot} \vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \overline{\operatorname{rot} \vec{B}} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1
A-2-a)	Le vecteur polarisation \vec{P} est le moment dipolaire par unité de volume au point M à l'instant t : $\vec{P}(M, t) = \frac{d\vec{p}(M, t)}{d\tau_M}$ $\ \vec{P}\ $ s'exprime en $C m^{-2}$	1 0,5
A-2-b)	$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho_t - \operatorname{div} \vec{P}}{\epsilon_0}; \overline{\operatorname{rot} \vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \overline{\operatorname{rot} \vec{B}} = \mu_0 \left(\vec{j}_t + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1
A-3-	$\rho = 0; \vec{j}_t = \vec{0} \Rightarrow \operatorname{div} \vec{E} = 0; \overline{\operatorname{rot} \vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \operatorname{div} \vec{B} = 0; \overline{\operatorname{rot} \vec{B}} = \mu_0 \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1
A-4-a)	$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E}$	2
A-4-b)	$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$	2
A-5-a)	$\underline{k}(\omega) = \sqrt{\epsilon_r(\omega)} \frac{\omega}{c}$	2
A-5-b)	$\underline{n} = \sqrt{\epsilon_r} \Rightarrow \underline{k} = \underline{n} \frac{\omega}{c}$ Im(\underline{k}) $\neq 0$: Le milieu est absorbant. $\delta = \frac{1}{ \operatorname{Im}(\underline{k}) }$: profondeur de pénétration : distance caractéristique de l'atténuation de l'amplitude de l'onde lors de sa propagation dans le milieu absorbant. Si Réel(\underline{k}) dépend linéairement de ω alors le milieu est non dispersif, dans le cas contraire il est dispersif.	1 0,5 1 1
A-6-a)	Le milieu est transparent donc non absorbant $\Rightarrow \underline{k}$ est réel $\Rightarrow \underline{n} = n_0$ est réel L'onde se propage selon x croissant $\Rightarrow \vec{k} = n_0 \frac{\omega}{c} \vec{u}_x$.	1 1
A-6-b)	$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{n_0 E_0}{c} e^{i(\omega t - n_0 \frac{\omega}{c} x)} \vec{u}_z$ L'onde est une OPPM, transversale $\vec{E} \cdot \vec{k} = \vec{B} \cdot \vec{k} = 0$ et polarisée rectilignement selon \vec{u}_y	1 1
A-6-c)	$\ \langle \vec{\Pi} \rangle\ = \frac{\ \langle \vec{E} \wedge \vec{B} \rangle\ }{\mu_0} = \frac{n_0 E_0^2}{2 \mu_0 c} = \frac{n_0 \epsilon_0 c E_0^2}{2}$	2

B- Coefficients de réflexion et de transmission (12,5/100)

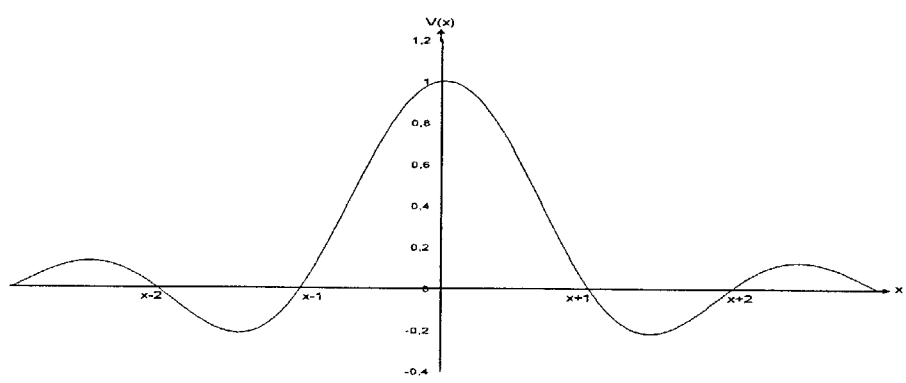
B-1-	En arrivant à l'interface l'onde incidente de pulsation ω excite les charges liées des deux diélectrique celles-ci vont osciller à la même pulsation ω et rayonnent une onde réfléchie de pulsation ω dans le milieu (1) et une onde transmise de pulsation ω dans le milieu (2).	1
B-2-	$\vec{k}_i = n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_x$; $\vec{k}_r = -n_1 \frac{\omega}{c} \vec{u}_x$ et $\vec{k}_t = n_2 \frac{\omega}{c} \vec{u}_x$	1,5
B-3-a)	$\vec{E}_i(x=0,t) + \vec{E}_r(x=0,t) = \vec{E}_t(x=0,t) \Rightarrow E_{0i} + E_{0r} = E_{0t}$	2
B-3-b)	$\vec{B}_i(x=0,t) + \vec{B}_r(x=0,t) = \vec{B}_t(x=0,t) \Rightarrow n_1 E_{0i} - n_1 E_{0r} = n_2 E_{0t}$	2
B-4-a)	$\left. \begin{aligned} \frac{E_{0i} + E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{E_{0t}}{E_{0i}} &\Rightarrow 1 + r_{1 \rightarrow 2} = t_{1 \rightarrow 2} \\ n_1 \frac{E_{0i}}{E_{0i}} - n_1 \frac{E_{0r}}{E_{0i}} = n_2 \frac{E_{0t}}{E_{0i}} &\Rightarrow n_1 (1 - r_{1 \rightarrow 2}) = n_2 t_{1 \rightarrow 2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r_{1 \rightarrow 2} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} ; t_{1 \rightarrow 2} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$	2
B-4-b)	$R = \frac{ E_{0r} ^2}{E_{0i}^2} = (r_{1 \rightarrow 2})^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{n_2 E_{0t} ^2}{n_1 E_{0i}^2} = \frac{n_2}{n_1} (t_{1 \rightarrow 2})^2 = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$ <p>$R + T = 1$: on conservation de l'énergie électromagnétique en effet les deux milieux diélectriques sont transparents donc non absorbant.</p>	2 1 1

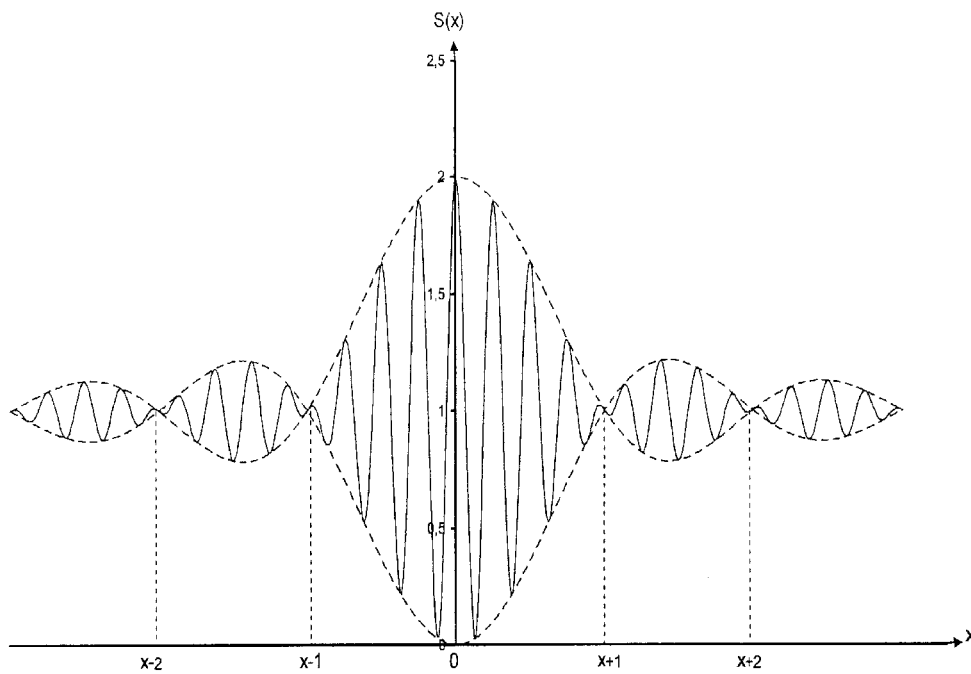
C- Filtre interférentiel (17,5/100)

C-1-	$\left. \begin{aligned} a_1 = t_1 t_2 a_0 &\Rightarrow \frac{a_1}{a_0} = t_1 t_2 \\ a_2 = t_1 r_2 r_2 t_2 a_0 &\Rightarrow \frac{a_2}{a_0} = t_1 r_2^2 t_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_N}{a_0} = t_1 r_2^{2(N-1)} t_2$	1,5
C-2-	$\left. \begin{aligned} \delta(M) &= (IJ) + (JK) - (IL) \\ \delta(M) &= 2nIJ - IL \\ IJ &= \frac{e}{\cos i'} \\ IL &= IK \sin i = 2e \tan i' \sin i \\ \sin i &= n \sin i' \end{aligned} \right\} \Rightarrow$  $\delta(M) = 2nec \cos i'$ $\varphi(M) = \frac{2\pi \delta(M)}{\lambda} = \frac{4\pi ne}{\lambda} \cos i'$	3 1
C-3-	$\begin{aligned} \underline{s}_1(M,t) &= a_1 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{SM})} \\ \underline{s}_2(M,t) &= a_2 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{SM})} e^{-i\varphi} \quad \text{avec} \quad a_2 = t_1 r_2^2 t_2 a_0 = r_2^2 a_1 = R a_1 \Rightarrow \\ \underline{s}_2(M,t) &= R \underline{s}_1(M,t) e^{-i\varphi} \\ \underline{s}_3(M,t) &= a_3 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{SM})} e^{-2i\varphi} \quad \text{avec} \quad a_3 = r_2^4 a_1 = R^2 a_1 \Rightarrow \\ \underline{s}_3(M,t) &= R^2 \underline{s}_1(M,t) e^{-2i\varphi} \\ \dots \underline{s}_N(M,t) &= R^{N-1} \underline{s}_1(M,t) e^{-i(N-1)\varphi} \end{aligned}$	1

C-4-a)	$I_{\max} = I_0$ $I_{\min} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max}} = 1 - \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R} = \frac{4R}{(1-R)^2 + 4R}$ $R^2 + 2\left(1 - \frac{2}{\gamma}\right)R + 1 = 0 \Rightarrow \Delta' = \left(1 - \frac{2}{\gamma}\right)^2 - 1 = 0,22$ $R = -\left(1 - \frac{2}{\gamma}\right) + \sqrt{\Delta'} = 1,57 > 1 : \text{a rejeté}$ $R = -\left(1 - \frac{2}{\gamma}\right) - \sqrt{\Delta'} = 0,64$	<p>1</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
C-4-b)	$I\left(2p\pi + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \frac{I_{\max}}{2} \Rightarrow \sin^2\left(p\pi + \frac{\Delta\varphi}{4}\right) = \frac{(1-R)^2}{4R}$ $\Delta\varphi \text{ faible} \Rightarrow \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{4}\right) \approx \left(\frac{\Delta\varphi}{4}\right)^2 = \frac{(1-R)^2}{4R} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$ $\left. \begin{array}{l} \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\delta \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \\ \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 2p\pi \Rightarrow \delta = p\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \Delta\varphi = 2\pi p \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ \Delta\varphi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} p$	<p>2</p> <p>2</p>
C-5-a)	$i = i' = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{4\pi n e}{\lambda_0}$ <p>On a un maximum d'intensité pour $\varphi = 2p\pi \Rightarrow e = p \frac{\lambda_0}{2n}$ avec $p \in \mathbb{N}^*$</p> <p>S'il existe d'autres radiations λ' dans le visible tel que l'éclairement est maximal alors $e = p' \frac{\lambda'}{2n}$ avec $p' \in \mathbb{N}^*$ et $p' \neq p \Rightarrow$</p> $\left. \begin{array}{l} p\lambda_0 = p'\lambda' \\ (400 < \lambda' < 800) \text{ nm} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{546}{800} p < p' < \frac{546}{400} p \Rightarrow 0,68 p < p' < 1,36 p$ <p>Pour $p = 1$ et $p = 2$ aucun entier p' ne vérifie la relation précédente $\Rightarrow \lambda' \notin$ au visible donc il n'y a que 2 valeurs possible pour l'épaisseur e du filtre donnant une seule bande passante dans le visible autour de λ_0 qui sont :</p> $e = 1 \frac{546}{2 \cdot 1,5} = 182 \text{ nm} \text{ et } e = 2 \frac{546}{2 \cdot 1,5} = 364 \text{ nm}$ <p>Pour $p > 2$, p' vérifie la relation précédente $\Rightarrow \lambda' \in$ au visible.</p>	<p>1</p> <p>1</p>
C-5-b)	$e \square \Rightarrow p \square \Rightarrow \Delta\lambda \square$ le filtre est plus sélectif $e \square \Rightarrow p \square \Rightarrow$ le nombre de radiations $\lambda' \in$ au visible \square	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
C-5-c)	$p = \frac{2ne}{\lambda_0} = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 360}{546} = 2$ $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0(1-R)}{p\pi\sqrt{R}} = \frac{546(1-0,9)}{2\pi\sqrt{0,9}} = 9,16 \text{ nm}$	<p>1</p> <p>1</p>

D- Mesure de la bande passante d'un filtre interférentiel (20/100)

D-I-1-	Le Michelson est réglé en lame d'air d'épaisseur e comprise entre M_1 et M_2' $\Rightarrow \delta(P) = 2x \cos \theta$	2
D-I-2-	Les deux ondes qui émergent du Michelson sont cohérentes donc elles interfèrent $I(P) = 2 \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi \delta(P)}{\lambda_0} \right) \right] = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi x \cos \theta}{\lambda_0} \right) \right]$ <p style="text-align: center;"> $\left. \begin{aligned} \cos \theta &\approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \\ \tan \theta &= \frac{r}{f'} \approx \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow$ </p> $I(P) = I(r) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \left(4\pi x \sigma_0 \left(1 - \frac{r^2}{2f'^2} \right) \right) \right]$	1 2
D-I-3-	$S_0(x) \propto I(r=0) = S_{0m} \left[1 + \cos(4\pi x \sigma_0) \right] = S_{0m} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{x}{T_0} \right) \right]$ <p>La période de l'interférogramme $S_0(x)$ est $T_0 = \frac{1}{2\sigma_0}$</p>	2 1
D-II-1-	Une raie élémentaire de largeur $d\sigma$ autour de σ est considérée monochromatique donc elle donne une figure d'interférence d'intensité élémentaire $dI(x) = \frac{dI_0}{2} \left[1 + \cos(4\pi x \sigma) \right] = \frac{I_\sigma}{2} d\sigma \left[1 + \cos(4\pi x \sigma) \right]$ Les différentes raies sont incohérentes donc l'intensité totale de la figure d'interférence est : $I(x) = \int dI(x) = \frac{I_0}{2 \Delta\sigma} \left[\int_{\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}} d\sigma + \int_{\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}} \cos(4\pi \sigma x) d\sigma \right]$ $I(x) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \frac{\sin(2\pi x \Delta\sigma)}{2\pi x \Delta\sigma} \cos(4\pi x \sigma_0) \right]$ $S(x) \propto I(x) = S_m \left[1 + V(x) \cos(4\pi x \sigma_0) \right] \text{ avec } V(x) = \text{sinc}(2\pi x \Delta\sigma)$	1 2 1
D-II-2-a)	Les interférences sont brouillées si : $V(x) = 0 \Rightarrow 2\pi x_q \Delta\sigma = q\pi$ avec $q \in \mathbb{Z}^* \Rightarrow x_q = \frac{q}{2\Delta\sigma}$	2
D-II-2-b)		1



1

D-II-3- Pour mesurer $\Delta\sigma$ il faut que le dispositif détecte au moins le premier brouillage
 $\Rightarrow x_{+1} = \frac{L}{2} = \frac{1}{2\Delta\sigma_m} \Rightarrow \Delta\sigma_m = \frac{1}{L} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ cm}^{-1}$

1

D-II-4-

$$N = \frac{2x_{+1}}{T_0} = \frac{2 \frac{1}{2\Delta\sigma}}{\frac{1}{2\sigma_0}} = \frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} \Rightarrow \Delta\sigma = \frac{2\sigma_0}{N} = \frac{2}{N\lambda_0} = \frac{2}{10^2 \cdot 546 \cdot 10^{-9}} = 3,66 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0} \Rightarrow \Delta\sigma = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_0^2 \Delta\sigma = (546 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 3,66 \cdot 10^4 = 10,9 \text{ nm}.$$

1

1

D-II-5-

$$\Delta\lambda = \lambda_0^2 \Delta\sigma = \lambda_0^2 \frac{2}{N\lambda_0} \Rightarrow \delta(\Delta\lambda) = \frac{2\lambda_0}{N^2} \delta(N) = \frac{2 \cdot 546 \cdot 10^{-9}}{10^4} \cdot 2 = 0,22 \text{ nm}$$

1