REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs
Session 2006

الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
المناظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2006

# Concours Biologie et Géologie
# Epreuve de Physique

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Date : Jeudi 08 Juin 2006** | **Heure : 8 H** | **Durée : 3 H** | **Nbre pages : 04** |
| **Barème : Problème 1 : 08 / 20** | | **Problème 2 : 12 / 20** | |

*L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé*

L'épreuve comporte deux problèmes **indépendants**. Le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

## Problème 1

Un réservoir cylindrique ouvert de hauteur $H = 1,5$ m et de rayon $R = 0,5$ m contient de l'eau de masse volumique constante $\rho = 10^3$ kg.m$^{-3}$, sur une hauteur $y_0 = 1$ m. L'eau est surmontée d'air à la pression atmosphérique extérieure $P_0 = 10^5$ Pa. (Figure 1).

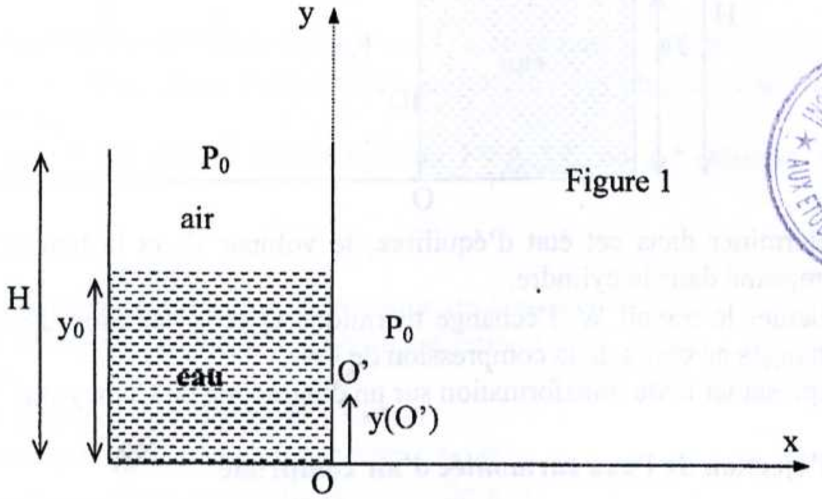


Figure 1



### I- Vidange d'un réservoir d'eau

On perce la surface latérale du réservoir d'un petit orifice circulaire O' de rayon $r = 5$ mm très faible par rapport à R ( $r << R$ ) et situé à une distance $y(O') = 0,3$ m du fond du réservoir. Le système est maintenu à température constante qui est celle de l'extérieure.
On donne le champ de pesanteur $g = 10$ m.s$^{-2}$.

1°) a) Rappeler l'équation de Bernoulli.
b) Préciser les hypothèses de sa validité.

*Dans la suite du problème, on supposera satisfaites ces hypothèses.*

2°) Calculer la vitesse initiale du liquide à l'orifice O'.
3°) Calculer le débit volumique en litres par seconde.
4°) Pour une hauteur y de l'eau à un instant t quelconque, montrer que la vitesse de l'eau v(O') à l'orifice O' s'écrit : $v(O') = \sqrt{2g(y - y(O'))}$.
5°) Quel est le temps nécessaire au vidange du réservoir ?

**II- Compression isotherme de l'air**

On revient à l'état initial et on ferme ce cylindre par un piston de masse négligeable pouvant se déplacer sans frottement. Le cylindre renferme une quantité d'air supposé gaz parfait à la température $T_0$ = 300 K surmontant l'eau. Les parois du cylindre ainsi que le piston sont supposés parfaitement perméables à l'échange thermique.
Le piston se trouve initialement à la hauteur H = 1,5 m du fond du cylindre, et l'orifice O' est fermé. On supposera que l'eau est incompressible.
1°) Préciser les grandeurs thermodynamiques ($P_1$, $V_1$, $T_1$) de l'état initial de l'air.
2°) A partir de l'état initial, on réalise une compression réversible de l'air. L'état d'équilibre atteint par l'air est caractérisé par une pression $P_2 = 1{,}10\ P_0$ (Figure 2).
Dans la suite du problème, le piston sera bloqué dans cette position.

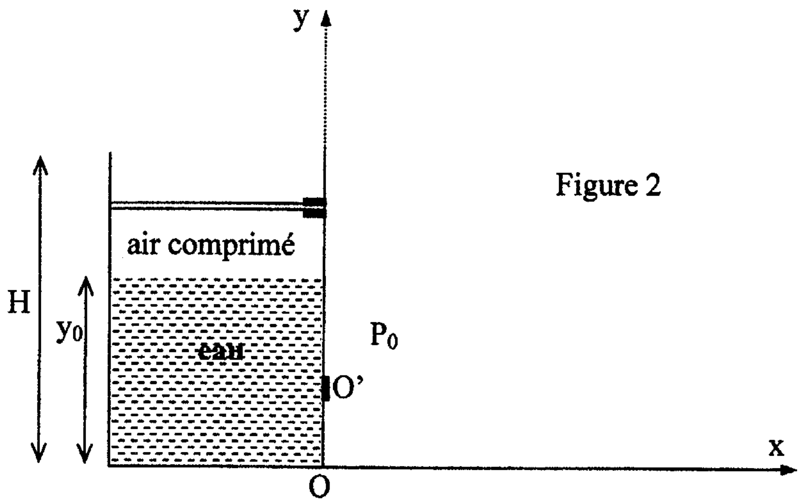


Figure 2

a) Déterminer dans cet état d'équilibre, le volume $V_2$ et la température $T_2$ de l'air comprimé dans le cylindre.
b) Calculer le travail W, l'échange thermique Q et la variation d'énergie interne $\Delta U$ échangés au cours de la compression de l'air.
c) Représenter cette transformation sur un diagramme de Clapeyron.

**III- Vitesse d'éjection de l'eau surmontée d'air comprimé**

*Le piston étant toujours bloqué, on ouvre l'orifice O'.*

1°) Calculer la vitesse initiale v'(O') d'éjection de l'eau par l'orifice.
2°) Pendant l'écoulement de l'eau, l'air au dessus de l'eau se détend. On se propose de déterminer la vitesse d'éjection $v_1$ de l'eau lorsque la pression de l'air comprimé est $P_3 = 1{,}05\ P_0$.
a) Déterminer le volume $V_3$ de l'air surmontant l'eau.
En déduire la hauteur d'eau $y'_0$.
b) Calculer alors la vitesse $v_1$ d'éjection de l'eau par l'orifice O'.

## Problème 2

On réalise le montage classique d'étude de la diffraction à l'infini. La source est une fente F émettant une onde d'amplitude constante, disposée dans le plan focal objet d'une lentille convergente $L_1$ centrée sur l'axe optique et perpendiculaire à celui ci (Figure 1). On observe le phénomène de diffraction dans le plan focal image d'une lentille convergente $L_2$, centrée sur l'axe optique du système, et dont la distance focale est f. Dans tout le problème, on se limite au cas de rayons peu inclinés par rapport à l'axe du système. Entre les deux lentilles $L_1$ et $L_2$, on peut disposer différents diaphragmes D perpendiculaires à l'axe optique.

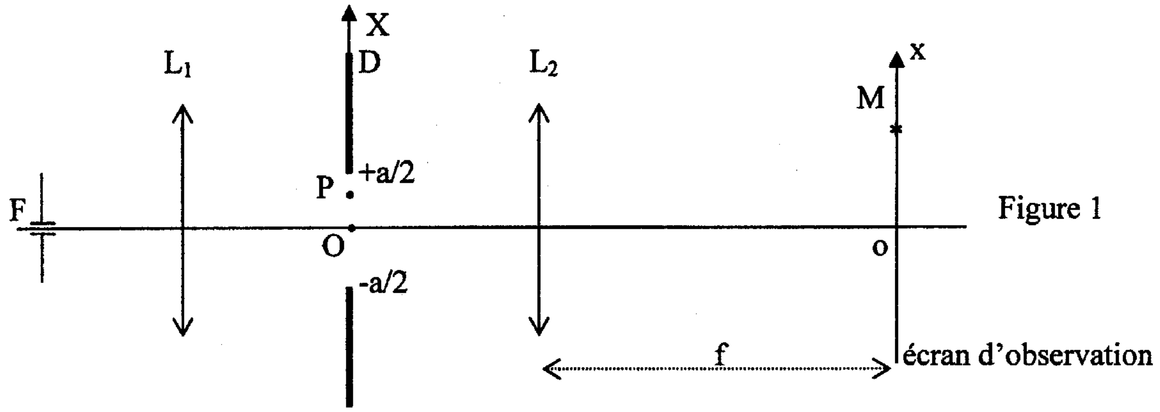


Figure 1

L'amplitude complexe de l'onde diffractée en un point M de l'écran d'observation s'écrit :

$$\underline{A}(M) = a_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(j\varphi(X)\right) dX$$

où dX représente un élément de longueur sur l'axe OX entourant un point P de l'ouverture, et $\varphi$ le déphasage de l'onde issue de P par rapport à l'origine des phases prise au point O. $a_0$ désigne une constante.

L'intensité lumineuse I est définie par la relation $I = \underline{A}\,\underline{A}^*$, où $\underline{A}^*$ désigne le complexe conjugué de $\underline{A}$.

### I- Préliminaire :

La source lumineuse est monochromatique de longueur d'onde $\lambda$. Le diaphragme D est constitué d'une fente de largeur a très petite par rapport à sa longueur, et perpendiculaire au plan de la figure 1.

1°) Quels sont les rôles des deux lentilles $L_1$ et $L_2$ ?

2°) Décrire brièvement le phénomène observé sur l'écran.

3°) a) Montrer que le déphasage $\varphi$ s'écrit : $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{x}{f}X$

b) En déduire que l'amplitude $A_1$ de l'onde diffractée par la fente au point M de l'écran d'observation s'écrit : $A_1 = A_0 \dfrac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x}{f}\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda}\frac{x}{f}\right)}$.

c) Donner l'expression de l'intensité I(x) ainsi que les positions des minima d'intensité

**II-** Le diaphragme D est maintenant remplacé par deux fentes fines identiques (fentes d'Young) de même largeur a, parallèles entre elles et distantes de $d > a$. Les centres de ces fentes sont situés respectivement en $X = +\frac{d}{2}$ et $X = -\frac{d}{2}$.

1°) Décrire la figure observée sur l'écran.

2°) Calculer la différence de phase entre deux rayons issus des deux centres $O_1$ et $O_2$ de la 1ère et la 2ème fente, et qui interfèrent à l'infini dans une direction faisant un petit angle $\alpha$ avec l'axe optique.

3°) Montrer que l'intensité lumineuse diffractée au point M d'abscisse x s'écrit :

$$I(x) = I_0 \left( \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right)^2 \cos^2\left(\frac{\pi x d}{\lambda f}\right).$$

4°) Déterminer l'interfrange i d'interférences.

5°) Préciser pour $d = 4a$, le nombre de franges brillantes se trouvant dans la tâche centrale de diffraction.

6°) Tracer la courbe de l'intensité lumineuse en fonction de x pour $d = 4a$.

7°) Décrire le phénomène observé sur l'écran d'observation :

a) si on diminue simultanément la largeur a des deux fentes.

b) si on diminue la distance d séparant les deux fentes.

**III-** Les fentes d'Young sont remplacées par un réseau par transmission constitué de N fentes fines identiques de même largeur a. On caractérise ce réseau par son pas d (distance entre deux fentes successives) et par sa largeur $\ell$.

1°) Qu'observe-t-on sur l'écran ?

2°) L'intensité lumineuse diffractée en un point du plan d'observation s'écrit sous la forme :

$$I_R(x) = I_{0R} \left( \frac{\sin \frac{\pi a x}{\lambda f}}{\frac{\pi a x}{\lambda f}} \right)^2 \left( \frac{\sin \frac{N \pi x d}{\lambda f}}{N \sin \frac{\pi x d}{\lambda f}} \right)^2$$

Déterminer les positions des maxima principaux d'intensité. On introduira un entier n appelé ordre du spectre.

3°) Tracer l'allure de $I_R(x)$.

4°) La source émet maintenant deux radiations de longueur d'onde voisines $\lambda_1$ et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$.

a) Pourquoi observe-t-on une double série de lignes lumineuses décalées sur l'écran d'observation ?

b) On suppose que la limite de résolution sur l'écran d'observation est atteinte pour n donné si, le maximum principal correspondant à la longueur d'onde $\lambda_2$ se trouve sur le premier minimum correspondant à la longueur d'onde $\lambda_1$ (critère de Rayleigh).

Déterminer le pouvoir de résolution $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ du réseau.

**FIN DE L'EPREUVE**