(1)

REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session : Juin 2003

Concours en Biologie - Géologie
Epreuve de Physique

Durée : 3 heures	**Date : 9 juin 2003**	**Heure : 8 h**	**Nb pages : 4**
Barème : Problème 1 :12 points	**; Problème 2 : 8 points**		

Corrigé

barème

Problème 1

1°)
Les composantes du vecteur champ électrique $\vec{E}(M,t)$ en un point M dans le même repère :

$$\vec{E}(M,t)\ \begin{vmatrix} 0 \\ E_0\cos\omega\left(t-\frac{z}{c}\right) = 2.10^{-2}\cos\omega\left(t-\frac{z}{c}\right) \\ 0 \end{vmatrix}$$

0,5

2°) a) Définition d'une onde progressive : c'est une onde qui se déplace égale à lui même. 0,25

b) Onde plane : association indiscernable des deux champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans un même plan :

- synchrone
- perpendiculaire ($\vec{B}\perp\vec{E}$)
- en phase
- se propage suivant une même direction et même sens
- leur propagation est transversale

0,75

3°) $\vec{E}$ vérifie l'équation de propagation des ondes électromagnétiques (équation de d'Alembert).

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_Y}{\partial Z^2}=\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_Y}{\partial t^2}}$$

0,25

4°) Longueur d'onde λ :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.10^{8}}{5.10^{14}} = 0{,}6.10^{-6} = \boxed{0{,}6\ \mu m.}$$

L'onde plane se trouve dans <u>le domaine visible</u>.

$$0{,}4\ \mu m < \lambda < 0{,}8\ \mu m$$

Expression du vecteur $\vec{\sigma}$:

$$\vec{\sigma}\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2\pi}{\lambda} \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{\sigma} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{k} = \frac{2\pi}{0{,}6.10^{-6}}\vec{k} = \frac{\pi}{3}10^{7}\vec{k}}$$

0,25 0,25 0,25 0,25

5°) a) Expression de l'amplitude du champ électrique $\vec{E}_t$ transmis par le polariseur :

$$\boxed{\left|\vec{E}_t\right| = E_0\cos\frac{\pi}{3} = E_0\frac{1}{2} = 10^{-2}\ Vm^{-1}}$$

0,25 0,25

b)Rapport $\frac{I_t}{I}$ des intensités associés aux ondes transmise et incidente :

$$\boxed{\frac{I_t}{I} = \cos^2\frac{\pi}{3} = \frac{1}{4}}$$

0,25

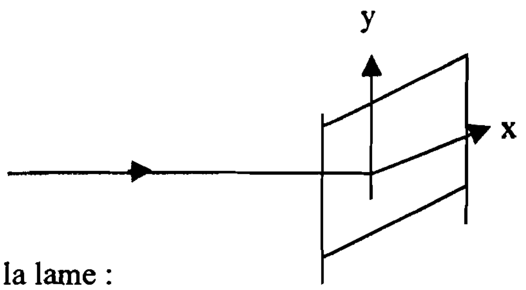
c)Pour obtenir l'extinction, la direction du polariseur P doit être perpendiculaire à $\vec{E}$

=> il faut donc tourner le polariseur de $\frac{\pi}{6}$ dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à sa position de départ.

0,5

II- 1°) Les composantes de la vibration suivant les lignes neutres de la lame :

L'axe lent étant choisi parallèle à la direction Ox à l'entrée de la lame. Le champ $\vec{E}$ se décompose en deux vibrations $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$ tel que $\vec{E}_y$ soit perpendiculaire au plan d'incidence défini par le rayon incident et la perpendiculaire à la face d'entrée.

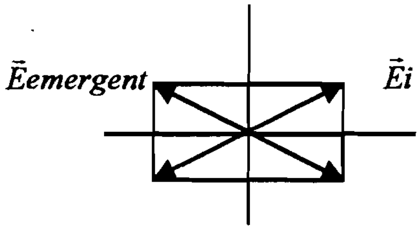


- à l'entrée de la lame :

$$\boxed{\begin{aligned} E_{1x} &= E_0\cos\alpha\cos(\omega t+\varphi_0) \\ E_{1y} &= E_0\sin\alpha\cos(\omega t+\varphi_0) \end{aligned}}$$

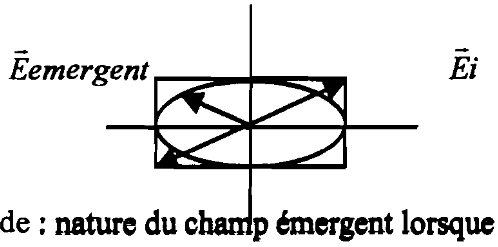
0,25 0,25

* $\Delta\Phi = (2n+1)\pi$



0,25
0,25

* $\Delta\Phi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$



0,25
0,25

5°) Cas de la lame quart d'onde : **nature du champ émergent lorsque** :

* $\alpha = 0$ => E2x = E0 cosωt le champ émergent est <u>rectiligne et // à Ox</u> 0,25
E2y = 0

* $\alpha = \frac{\pi}{4}$ => E2x = $\frac{E_0\sqrt{2}}{2}\cos\omega t$ $\frac{E_{2x}^2}{a^2}+\frac{E_{2y}^2}{a^2}=1$ le champ émergent est <u>circulaire</u>. 0,25
E2y = $\frac{E_0\sqrt{2}}{2}\sin\omega t$

* $\alpha = \frac{\pi}{2}$ => E2x = 0 le champ émergent est <u>rectiligne // à Oy</u>. 0,25
$E_{2y} = E_0 \cos(\omega t + \Delta\Phi)$

6°) Epaisseur minimale e_m d'une lame retard pour qu'elle soit quart d'onde:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi e}{\lambda}(n_L - n_R) = (2n+1)\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$ 0,25

=> $\boxed{e = \frac{\lambda}{4(n_L - n_R)} = \frac{0{,}6.10^{-6}}{4(0{,}01)} = 15\mu m}$ 0,25

III- 1°) La loi de Bio s'écrit : $X = [X]\, l.C$
- X : angle de rotation du plan de polarisation.
- $[X]$: pouvoir rotatoire

X = Xglucose + Xfructose

$Xg = [X_g]\, l.Cg$

$Xf = [X_f]\, l.Cf$

- à la sortie de la lame :

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{E}_{2x} = E_0 \cos\alpha \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \dfrac{2\pi n_L e}{\lambda}\right) \\ \vec{E}_{2y} = E_0 \sin\alpha \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \dfrac{2\pi n_R e}{\lambda}\right) \end{array}}$$

avec n1 indice lent 0,25

avec n2 indice rapide. 0,25

2°) Les composantes de la vibration à la sortie de la lame peuvent se mettre sous la forme :

$$\vec{E}_{2x} = E_{2x}\vec{i} = a\cos\omega t\,\vec{i}$$
$$\vec{E}_{2y} = E_{2y}\vec{j} = b\cos(\omega t + \Phi)\vec{j}$$

on pose $\boxed{\varphi_0 - \dfrac{2\pi n_L e}{\lambda} = 0.}$ L'origine des phases est prise celle de la vibration E2x 0,25

E2x = E0 cosα cosωt = a cosωt. 0,25

E2y = E0 sinα cos(ωt +ΔΦ). = b cos (ωt +ΔΦ) 0,25

avec **a = E0 cos α** 0,25

b = E0 sin α 0,25

En déduire la différence de phase entre les deux composantes

$$\boxed{\Delta\Phi = \frac{2\pi e}{\lambda}(n_L - n_R)}$$ 0,25

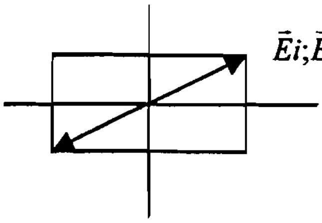
3°) A la sortie de la lame, le champ est maintenant polarisé elliptiquement. La lame a changée la polarisation de la lumière incidente. 0,25

4°) a) On étudie successivement les cas :

- $\Delta\Phi = 2n\pi \Rightarrow \dfrac{2\pi e}{\lambda}(n_L - n_R) = 2n\pi \Rightarrow \Delta = n\lambda$: le champ émergent est rectiligne et la lame est appelée lame onde. 0,25 0,25
- $\Delta\Phi = (2n+1)\pi \Rightarrow \Delta = (2n+1)\dfrac{\lambda}{2}$: le champ émergent est encore rectiligne et la lame est appelée demi onde. 0,25 0,25
- $\Delta\Phi = (2n+1)\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta = (2n+1)\dfrac{\lambda}{4}$: le champ émergent est elliptique, la lame est appelée quart d'onde. (les axes de l'ellipse correspondent aux axes de la lame). 0,25 0,25

b) Représentation des champs émergents et incident :

* $\Delta\Phi = n\pi$



0,25 0,25

Appliquons l'équation de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre un point de la surface de contact eau-air K et l'orifice :

$$\frac{1}{2}\rho v_K^2+P_0+\rho g h_0=\frac{1}{2}\rho v_0^2+P_0+\rho g z_0$$

d'où $\frac{1}{2}\rho v_0^2=\rho g(h_0-z_0)$

$v_0=\sqrt{2g(h_0-z_0)} = \sqrt{2.10(1,8-0,4)} = \boxed{5,29\ m/s}$ 0,25 + 0,25

$v_0 s = v_K S$ $S >> s \Rightarrow$ $v_K << v_0$

on néglige donc la vitesse de la surface libre de l'eau. 0,5

b) Débit volumique :

$Q_v = s.v_0 = \pi r^2.v_0 = \boxed{50.10^{-6}\ m^3/s = 50.10^{-3}\ l/s}$ 0,25 + 0,25

c) Débit massique en kg/s:

$Q_m = \rho Q_v = 10^3.50.10^{-6} = \boxed{50.10^{-3}\ kg/s.}$ 0,25 + 0,25

4°) Temps nécessaire à sa vidange totale jusqu'à la cote z_0 :

Expression du débit volumique pour la cote z :

$$Q_v = s\sqrt{2g(z-z_0)} = S.v_K = -S\frac{dz}{dt} \Rightarrow \quad -\frac{dz}{dt}=\frac{s}{S}\sqrt{2g}\sqrt{(z-z_0)}$$

Séparation des variables:

$$\frac{dz}{\sqrt{z-z_0}}=-\frac{s}{S}\sqrt{2g}\,dt$$

d'où temps nécessaire à sa vidange jusqu'à la côte z_0

$$\left[\sqrt{z-z_0}\right]_{h_0=1,8}^{z_0=0,4}=-\frac{50.10^{-6}}{2.0,5}\sqrt{20}.t$$

$$t = -\left(\sqrt{1,8-0,4}\right)\frac{2.0,5}{50.10^{-6}\sqrt{20}} = \boxed{5291\ s = 1h28'}$$ 1

5°) La vitesse de l'eau au point B en m/s :

la viscosité de l'eau étant négligeable => on peut déduire que nous avons la même pression dans un plan horizontal => même force et même vitesse (pas de perte de charge)

$$P_A - P_B = -\frac{\rho v_A^2}{2} + \frac{\rho v_B^2}{2} - \rho g z_A + \rho g z_B$$

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + P_A + \rho g z_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + P_B + \rho g z_B = \ldots\ldots = \text{cte.}$$

Cette égalité reste valable quelque soit la section du tube de courant donc quelque soit le point de cette section.

$$\boxed{\frac{\rho v^2}{2} + P + \rho g z = \text{cte.}}$$ Equation de Bernoulli. 0,5

c) Pour v = 0 => $\boxed{P = -\rho g z + \text{cte.}}$ On retrouve la relation fondamentale de l'hydrostatique. 0,5

II- Application de l'équation de Bernoulli

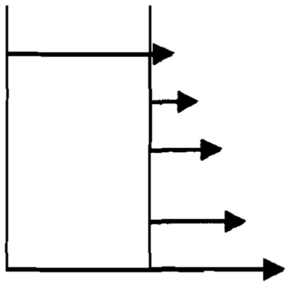
1°) $\rho = cte$

$g = cte$

$p(z) = -\rho g z + cte$

$z = h_0$ => $p = p_0$ => $\boxed{p(z) = p_0 + \rho g(h_0 - z)}$ 0,5

2°)



$d\vec{f} = p(z)\, ds\, \vec{n}$ 0,5

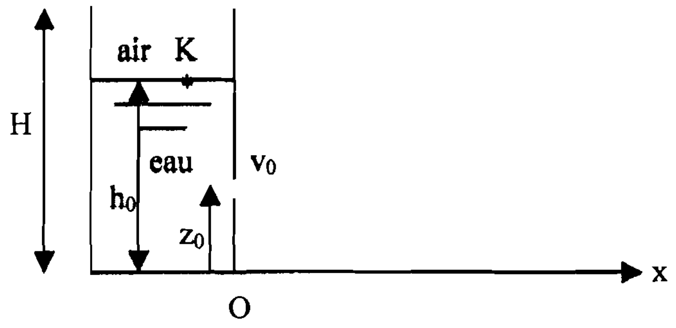


Figure 2

3°) a) Vitesse initiale du liquide à l'orifice en m/s.

Puisque r << R, on négligera la vitesse du liquide dans le réservoir par rapport à la vitesse d'éjection.

Corrigé

Problème 2 : Vidange d'un réservoir d'eau. **Barème**

I- Etablissement de l'équation de bernoulli.

1°)

a) Expression de la variation de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\boxed{\Delta E = \frac{1}{2}\Delta m\,(v_B^2 - v_A^2)}$$ 0,25

b) Expression de la variation de l'énergie potentielle de gravitation :

$Ep(A) = \Delta m\, g\, z_A$

$Ep(B) = \Delta m\, g\, z_B$

$$\boxed{\Delta m\, g\,(z_B - z_A) = \Delta Ep}$$ 0,25

c) Expression du travail des forces de pression:

$$\Delta W = P_A S_A v_A \Delta t - P_B S_B v_B \Delta t = \boxed{(P_A S_A v_A - P_B S_B v_B)\,\Delta t}$$ 0,25

2°) **a) Théorème de l'énergie cinétique :**

La variation de l'énergie cinétique = au travail des forces extérieures. 0,25

b) $\frac{1}{2}\Delta m\,(v_B^2 - v_A^2) = -\Delta mg(z_B - z_A) + (P_A S_A v_A - P_B S_B v_B)\,\Delta t$

Pendant Δt la section S_A s'est déplacée de $v_A\Delta t$

La masse du liquide qui s'est écoulée :

$$\Delta m = \rho S_A v_A \Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta m}{\rho} = S_A v_A \Delta t$$

De même S_B s'est déplacée de $v_B\Delta t$

$$\Delta m = \rho S_B v_B \Delta t$$

Le liquide est incompressible $\rho S_A v_A \Delta t = \rho S_B v_B \Delta t$

⇨ d'après le théorème de l'énergie cinétique ;

$$(P_A - P_B)\frac{\Delta m}{\rho} = \frac{1}{2}\Delta m\,(v_B^2 - v_A^2) + \Delta mg(z_B - z_A)$$

$$\frac{P_A - P_B}{\rho} = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + (z_B - z_A)g$$

$$X = Xg + Xf = [X_g]\,Cl + [X_f]\,Cl = Cl([X_g] + [X_f])$$

$$\boxed{\mathbf{X = Cl([X_g] + [X_f])}}$$ 0,25

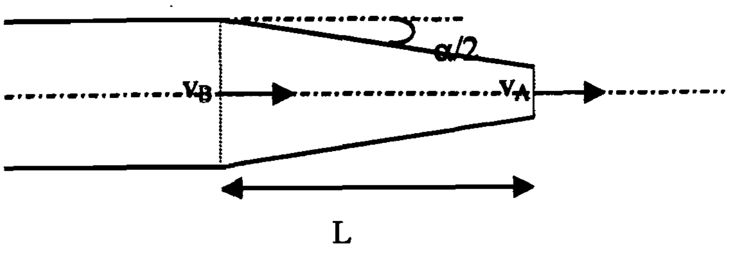
A.N.: $\boxed{\mathbf{X = 10.0{,}05(5-8{,}4) = -1{,}7°}}$ 0,25

2°) En déduire la nature de cette solution: $X < 0$ => la solution est Levogyre 0,25

3°) Pour avoir l'extinction, il faut mettre l'axe de l'analyseur perpendiculaire à l'angle –1,7° 0,25
c'est à dire à + 88,3°

$$\boxed{v_B = v_A = 5{,}29 \text{ m/s}}$$ 0,5

6°) La conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α.



a) $Q_v = s v_B = s' v_C$

$= r^2 v_B = r'^2 v_C$

$$\boxed{r' = r\sqrt{\frac{v_B}{v_C}}}$$ 0,5

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{r-r'}{L}$ => $L\,\mathrm{tg}\,\alpha = r - r'$ => $L = \frac{r-r'}{tg\alpha} = \frac{r}{tg\alpha}\left(1-\sqrt{\frac{v_B}{v_C}}\right)$

A.N.: $$\boxed{L = \frac{4.10^{-3}}{tg5}\left(1-\sqrt{\frac{1}{1{,}5}}\right) = 132 \text{ mm.}}$$ 0,5

b) En négligeant les frottements:

$$\frac{\rho v_B^2}{2} + p_B = \frac{\rho v_C^2}{2} + p_C$$

$$p_B - p_C = \frac{\rho}{2}(v_C^2 - v_B^2)$$

avec $v_C = 1{,}5\, v_B$ $\quad p_B - p_C = \frac{10^3}{2}(5{,}29)^2 1{,}25$

$$\boxed{p_B - p_C = 1749 \text{ Pa} = 0{,}1749.10^5 \text{ Pa}}$$ 0,5