Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Lundi 13 Juin 2005	Heure : 8 H	Durée : 3 H	Nb pages :4
Barème :	Problème 1 : 13/20	; Problème 2 : 7/20	

Corrigé

1°) Définition d'une onde progressive : qui se propage égale à elle même avec une phase contenant x et t. 0,25

2°) Amplitude de la lame métallique :

$\boxed{a_0 = 2.10^{-2}\text{ m}}$ 0,25

fréquence de la lame métallique :

$100\pi = 2\pi f \Rightarrow \boxed{f = 50\text{ Hz}}$ 0,25

3°) Expression de y(x,t) en un point M de la corde:

$y(x,t) = 2.10^{-2}\sin 100\pi(t - \frac{x}{25}) = \boxed{2.10^{-2}\sin(100\pi t - 4\pi x)}$ 0,5

4°) Longueur d'onde : $\boxed{\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{50} = 0{,}5\text{ m}}$ 0,25

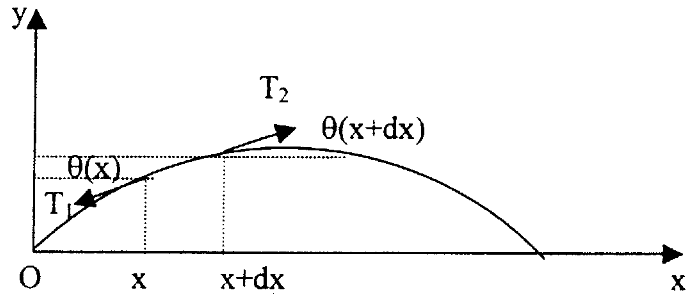
5°) Vitesse de la corde : $v_m = \frac{dy}{dt} = 100\pi.2.10^{-2}\cos(100\pi t - 4\pi x)$

$v_m = 2\pi\cos(100\pi t - 4\pi x) \Rightarrow \boxed{v_m = 2\pi\text{ m/s}}$ 0,5

Accélération de la corde: $\gamma_m = \frac{dv_m}{dt} = -(100)^2\pi^2 2.10^{-2}\sin(100\pi t - 4\pi x)$

$\gamma_m = -200\pi^2\sin(100\pi t - 4\pi x) \Rightarrow \boxed{\gamma_m = 200\pi^2\text{ m/s}^2}$ 0,5

II-



1°) On considère un élément dx de la corde sa masse est μdx

la relation fondamentale de la dynamique : $\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$ 0,5

$$\boxed{\mu dx \frac{d^2\vec{y}}{dt^2} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2}$$

2°) Projetons cette relation fondamentale de la dynamique sur les axes Ox et Oy

* Sur Ox : $-T_1\cos\theta(x) + T_2\cos\theta(x+dx) = 0$ 0,5

* Sur Oy $-T_1\sin\theta(x) + T_2\sin\theta(x+dx) = \mu dx\dfrac{d^2y}{dt^2}$ 0,5

θ étant très petit => $\cos\theta(x) = \cos\theta(x+dx) = 1$ => $-T_1 + T_2 = 0$ => $T_1 = T_2$ 0,5

(corde inextensible) $T_1 = T_2 = F$)

$\sin\theta(x) = \theta(x)$ et $\sin\theta(x+dx) = \theta(x+dx)$

3°) sur Oy on aura :

$$F[\theta(x+dx) - \theta(x)] = \mu dx \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$Fd\theta = \mu dx \frac{d^2y}{dt^2} \quad \text{or } d\theta = \frac{\partial\theta}{\partial x}dx \text{ et } tg\theta = \theta = \frac{\partial y}{\partial x} \quad =>$$

$$F\frac{d^2y}{dx^2}dx = \mu dx \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\mu}{F}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}}$$ équation de d'Alembert 0,5

En déduire la vitesse de propagation de l'onde en fonction de F et de μ : $\boxed{v = \sqrt{\dfrac{F}{\mu}}}$ 0,5

4°) Solution générale de cette équation différentielle :

f(x-vt) est une solution de l'équation en effet,

$\frac{\partial f}{\partial x} = f'$ $\quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''$

$\frac{\partial f}{\partial t} = -v\, f'$ $\quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = v^2\, f''$

$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

de même pour g(x+vt)

f(x-vt) et g(x+vt) sont deux solutions linéairement indépendantes de l'équation linéaire aux dérivées partielles.

Toute combinaison de ces solutions particulières représente la solution générale de l'équation d'onde.

$\boxed{y(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt)}$ 0,5

5°) $\mu = 2{,}5$ g/m $= 2{,}5.10^{-3}$ kg/m, $\quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ $\Rightarrow$ $F = \mu v^2$

$\boxed{F = 2{,}5.10^{-3}(25)^2 = 1{,}56\ N}$ 0,5

III- 1°) $yi(A,t) = 2.10^{-2}\sin(100\pi t - 4\pi) = 2.10^{-2}\sin 100\pi t$

$\boxed{yi(A,t) = 2.10^{-2}\sin 100\pi t}$ 0,5

2°) yr(A,t) = ?

$yi(A,t) + yr(A,t) = 0$ car en A on a un nœud $\Rightarrow$ $yr(A,t) = -\,yi(A,t) = -\,2.10^{-2}\sin 100\pi t$
$= 2.10^{-2}\sin(100\pi t + \pi)$

$\boxed{\begin{aligned} yr(A,t) &= 2.10^{-2}\sin(100\pi t + \pi) \\ &= -\,2.10^{-2}\sin 100\pi t \end{aligned}}$ 0,5

3°) Expression de yi(M,t) :

$yi(M,t) = 2.10^{-2}\sin(100\pi t - \frac{100\pi x}{25}) = \boxed{2.10^{-2}\sin(100\pi t - 4\pi x)}$ 0,5

Expression de yr(M,t)

$yr(M,t) = 2.10^{-2}\sin(100\pi(t - \frac{(L-x)}{25}) + \pi) = 2.10^{-2}\sin(100\pi t + \pi + 4\pi x - 4\pi)$

$\boxed{yr(M,t) = -\,2.10^{-2}\sin(100\pi t + 4\pi x)}$ 0,5

4°) En déduire l'élongation résultante au point M de la corde :

$y(M,t) = yi(M,t) + yr(M,t) = 2.10^{-2}$ [$\sin(100\pi t - 4\pi x) - \sin(100\pi t + 4\pi x)$]

$= - 4.10^{-2} \sin 4\pi x . \cos 100\pi t$

$\boxed{y(M,t) = - 4.10^{-2} \cos 100\pi t . \sin 4\pi x}$ 0,5

Conclusion : Dans la solution y(M,t) les deux variables x et t sont découplées ; l'onde représenté par cette fonction ne se propage plus en raison de ce découplage, il s'agit d'une onde stationnaire. 0,5

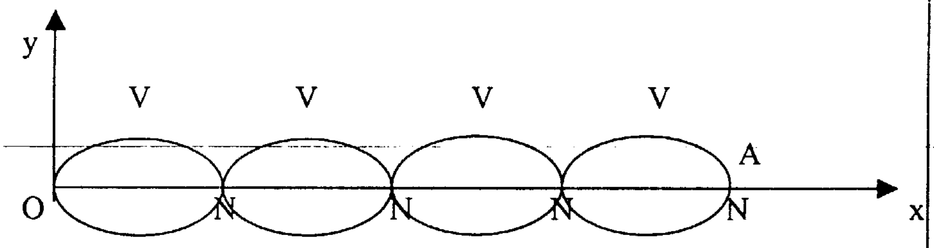
5°) Nombres de nœuds et de ventres :

- Amplitude : $0,04 \sin 4\pi x = 0$ => $4\pi x = k\pi$ => $4x = k$

$x = 1m$ => $k = 4$ => 4 fuseaux

nombre de nœuds = 5 nœuds.	0,5
nombre de ventres = 4 ventres	0,5

- Représentation de l'allure de la courbe.



0,5

6°) a) Condition sur la masse m pour observer un nombre entier de nœuds et de ventres :

$L = k\frac{\lambda}{4}$ k paire $\longrightarrow$ O nœud

K impaire $\longrightarrow$ O ventre

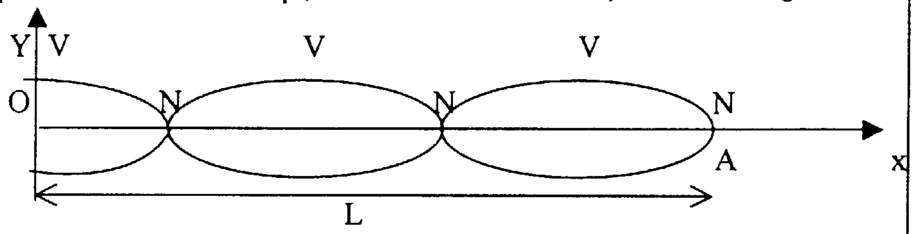
$$\lambda = \frac{4L}{k} = \frac{v}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{4Lf}{k} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \quad \Rightarrow \quad \frac{16L^2 f^2}{k^2} = \frac{mg}{\mu} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{16L^2 f^2 \mu}{k^2 g}$$

$$\boxed{m = \frac{16.(50)^2 .2,5.10^{-3}}{k^2 10} = \frac{10}{k^2}}$$

0,5

b) Valeur de la masse m pour laquelle la corde présente entre O et A 3 nœuds et 3 ventres ; l'amplitude des déplacements aux ventres étant égales à 4.10^{-2} au point O.

$L = \frac{5}{2}\frac{\lambda}{2} = \frac{5}{4f}\sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ => $\frac{4}{5}Lf = \sqrt{\frac{mg}{\mu}}$ => $\frac{16}{25}L^2f^2 = \frac{mg}{\mu}$ => $\frac{16L^2f^2\mu}{25\,g} = m$



$m = \frac{16.25.10^2.2,5.10^{-3}}{25.10} = \boxed{0,4\text{ kg}}$ 0,5

7°) Calcul de l'énergie : Considérons un élément de la corde de longueur dx de masse dm = μdx.

Cet élément qui oscille possède une énergie cinétique ; $dEc = \frac{1}{2}dm\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$

or $y(x,t) = -4\,10^{-2}\cos 100\pi t \sin 4\pi x$

$\frac{\partial y}{\partial t} = 100\pi..4.10^{-2}\sin 100\pi t \sin 4\pi x = 4\pi \sin(100\pi t)\sin 4\pi x$

$\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 = \cancel{16\pi^2 \sin^2(100\pi t)\sin^2(4\pi x)}$

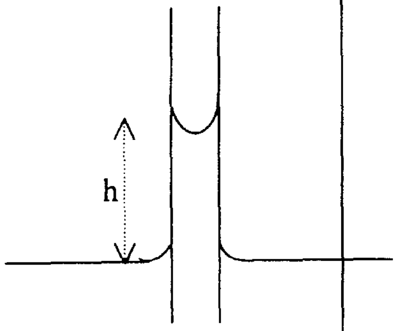
$dEc = 20.10^{-3}.\pi^2 \sin^2 100\pi t \sin^2 4\pi x.dx$

$Ec = 10^{-2}\pi^2\sin^2 100\pi t \int_0^L 2\sin^2 4\pi x dx$ => $\boxed{Ec = 10^{-2}\pi^2\sin^2(100\pi t)}$ => 0,5

$\boxed{Ec_{max} = 10^{-2}\pi^2 \text{ J}}$ 0,5

Problème n°2

I- 1°) Description de la méthode de Jurin
pour déterminer la valeur de la tension superficielle.



Plongeons verticalement dans de l'eau un tube cylindrique creux de très faible rayon intérieur r (tube capillaire). Si l'eau mouille parfaitement la paroi du tube, on constate une ascension h de l'eau dans le tube d'autant plus importante que r est faible.

Expression donnant σ

Si on assimile la surface de séparation à une calotte sphérique, et que $\rho_{air} << \rho_{eau}$;

$\rho_{eau} g h = \frac{2\sigma}{r}$ => $\boxed{\sigma = \frac{\rho_{eau} g h r}{2}}$ Ascension capillaire 0,5

2°) a) Définition du coefficient C :

$\boxed{\text{C est la capacité thermique à surface constante.}}$ 0,25

b) et c) Expressions différentielles du 1[er] et 2[ème] principe de la thermodynamique pou un système fermé:

$$\boxed{\begin{aligned} dU &= \delta W + \delta Q = C\,dT + (k+\sigma)\,dA \\ dS &= \frac{\delta Q}{T} = \frac{C}{T}dT + \frac{k}{T}dA \end{aligned}}$$

0,25
0,25
0,25
0,25

3°) Calcul de k :

Les fonctions énergie interne U et entropie S étant des fonctions d'état => dU et dS étant de différentielles totales exactes ;

=> nous en déduisons que :

$$\left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_T = \left(\frac{\partial (k+\sigma)}{\partial T}\right)_A = \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A \qquad (1)$$

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{C}{T}\right)}{\partial A}\right)_T = \left(\frac{\partial \frac{k}{T}}{\partial T}\right)_A = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_T = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A - \frac{k}{T^2} \qquad (2)$$

la comparaison de (1) et (2) conduit à :

$\left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A = \left(\frac{\partial k}{\partial T}\right)_A - \frac{k}{T}$ => $k = -T\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_A$ A est fonction que de la température T

=> $\boxed{k = -T\frac{d\sigma}{dT}}$ donc k n'est pas fonction de A 0,5

0,25

4°) Travail et chaleur mis en jeu lorsqu'on fait passer réversiblement la surface A_1 à A_2 à la température constante T

Au cours d'une transformation isotherme réversible, le travail et la chaleur ont pour expressions :

$$\boxed{W = \int_{A_1}^{A_2} \sigma\, dA = \sigma\,(A_2 - A_1)}$$ 0,25

$$\boxed{Q = \int_{A_1}^{A_2} k dA = k\,(A_2 - A_1) = -T\,\frac{d\sigma}{dT}(A_2 - A_1)}$$ (σ et k ne dépendent que de T). 0,25

5°) a) Définition de la température critique Tc 0,5

Pour des températures supérieures à Tc, il est impossible de liquéfier un gaz ; le palier de changement de phase liquide ---- vapeur n'existe plus => la courbe de vaporisation dans le diagramme (P,T) est limité au point critique de température Tc.

b) Evaluation de σ et de k à 274 K

$\sigma = 6{,}2.10^{-5}(647 - 274)^{1,2} = \boxed{7{,}56.10^{-2}\ Jm^{-2}(\text{ou } Nm^{-1})}$ 0,25

(à1°C)

$k = -T\,\frac{d\sigma}{dT} = +\,n\alpha T(Tc - T)^{n-1} = \frac{nT\sigma}{Tc-T} = \boxed{6{,}66.10^{-2}\ Jm^{-2}}$ 0,25

II- 1°) a) nombres de gouttelettes dans 0,1 Kg d'eau :

Le nombres de gouttelettes sphériques de rayon r = 5 µm dans 0,1 Kg d'eau de volume $V = 10^{-2} m^3$.

$\boxed{n = \frac{V}{\frac{4}{3}\pi r^3}} = 2.10^{11}$. 0,25

b) Dans l'état final, le liquide se trouve sous une forme complètement dispersée ; la surface totale des gouttelettes en suspension est :

$\boxed{A_2 = n.4\pi r^2 = 3\frac{V}{r} = 60\ m^2}$ 0,25

c) sachant que $A_1 \approx 0$ (état non dispersé) il vient :

0,25

$\boxed{W = \sigma\, A_2 = 3\frac{\sigma V}{r}}$ et $\boxed{Q = k\, A_2 = 3\frac{kV}{r}}$ 0,25

0,25

A.N.: $A_2 = 60\ m^2$ => $\boxed{W = 4{,}536\ J}$ et $\boxed{Q = 3{,}996\ J}$ 0,25

2°) a) Définition d'une pression capillaire :

La distribution des force de tension superficielle agissant sur le cercle est donc équivalent à une force de pression agissant normalement à la sphère et dirigée vers l'intérieur. La pression correspondante est appelée pression capillaire. La pression capillaire toujours dirigée vers l'intérieur, quelle que soit la nature du fluide intérieur, tend à contracter la sphère ou encore à diminuer sa surface. 0,5

b) Surpression :

* Le travail associé à une augmentation élémentaire dr du rayon r s'écrit :

$$\boxed{\delta W = \sigma \, dA = 8\pi\sigma r dr > 0}$$ 0,25

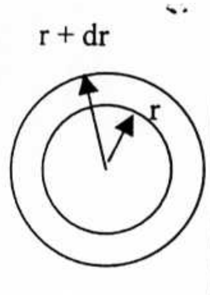
* Le travail des forces pressantes correspondant à la variation dr s'exprime par

$$\boxed{\delta W = (pi - pe)\, dV = \Delta p 4\pi r^2 dr}$$ 0,25

(Les forces pressantes travaillent dans le sens d'un accroissement de volume ce qui produit une augmentation de l'aire

$A = 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \quad dA = 8\pi r dr$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad \Rightarrow \quad dV = 8\pi r^2 dr$



En comparant les 2 expressions de dW,
Nous obtenons :

$$\boxed{\Delta p = pi - pe = \frac{2\sigma}{r}}$$ 0,25

c) A.N. : à 1°C $\boxed{\Delta p = 0{,}3.10^5 \text{ Pa} = 0{,}3 \text{ atm.}}$ 0,25