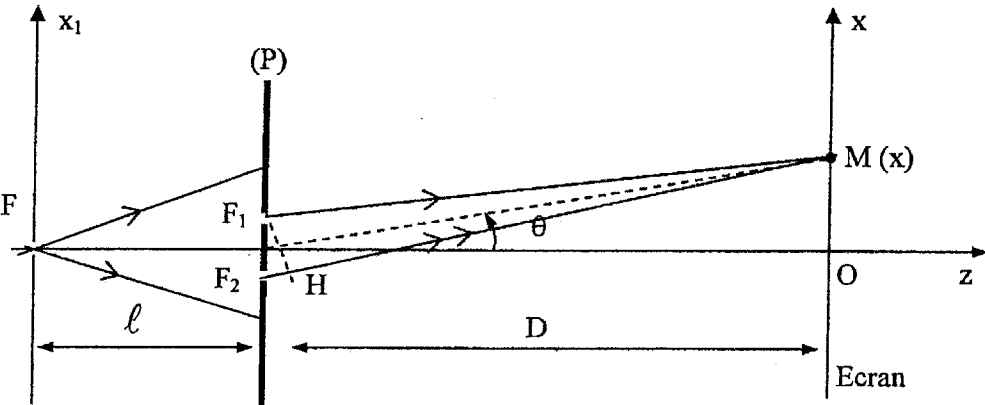
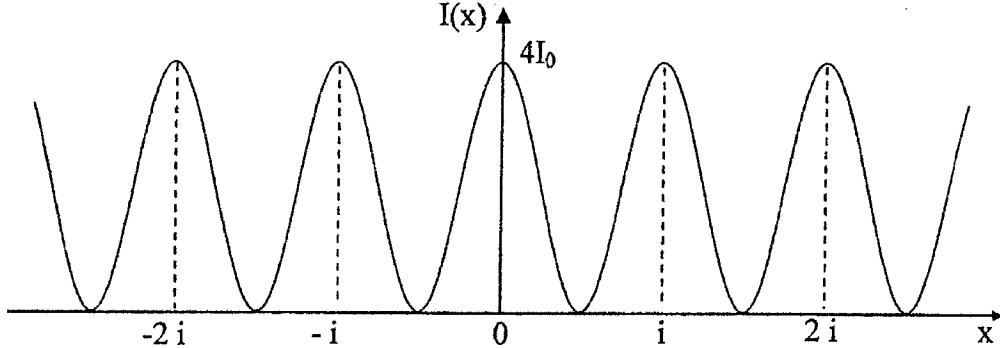
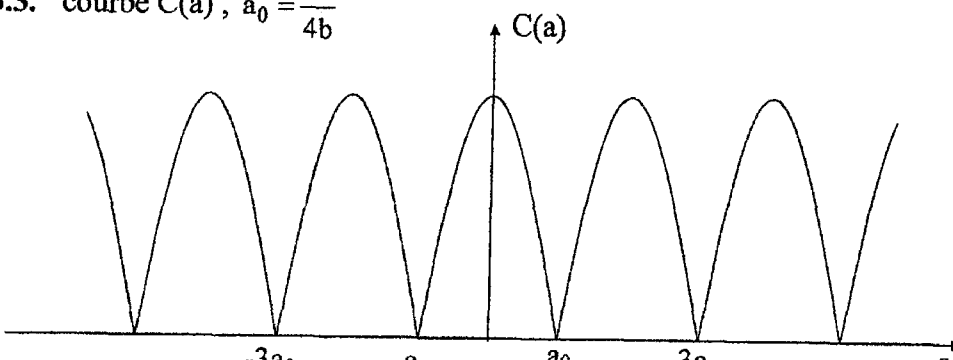


Problème 1 : (17/40)

Question	Barème
<p>1. <b>Figure d'interférences</b> : sur l'écran, on observe une alternance de franges sombres et brillantes. Ces franges sont rectilignes, régulièrement espacées et parallèles à l'axe (oy).</p>	1
<p>2.</p> 	1
<p>3. Démonstration : <math>\delta(M) = \frac{ax}{D}</math></p>	1
<p>4. <math>I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right)</math></p>	0.5
<p>5.</p> <p>5.1. Interfrange : <math>i = \frac{\lambda D}{a}</math>, A.N. : <math>i = 0,6 \text{ mm}</math></p>	0.5 + 0.5
<p>5.2. allure de <math>I(x)</math> : <math>I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{i} \right) \right)</math></p> 	1
<p>5.3. L'ordre d'interférence est <math>p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{ax}{\lambda D}</math> ; <math>p_0 = 0 \Rightarrow x = 0</math> : centre O de l'écran</p>	0.5
<p>6.</p> <p>6.1. Démonstration : <math>\delta(M) = \frac{ax}{D} + (n-1)e</math></p>	1
<p>6.2. La frange d'ordre <math>p = 0</math> (<math>\delta = 0</math>), se trouve en <math>x_0</math> tel que : <math>\frac{ax_0}{D} + (n-1)e = 0 \Rightarrow</math></p> $x_0 = -\frac{(n-1)eD}{a}$ <p><math>x_0 &lt; 0</math> : les franges se déplacent en bloc vers le bas.</p> $d =  x_0  = \frac{(n-1)eD}{a}$	0.5 + 0.5 + 0.5

6.3. $n = 1 + \frac{ad}{eD}$ , A.N : $n = 1,5$	0.5 + 0.5
6.4. $N = E\left(\frac{d}{i}\right)$ , $i$ n'est pas modifié, A.N. : $N = 33$ franges	0.5
7.	
7.1. Démonstration : $\delta(M) = \frac{ax}{D} + \frac{ab}{\ell}$	1
7.2. La frange d'ordre $p = 0$ ( $\delta = 0$ ), se trouve en $x'_0$ tel que : $\frac{ax'_0}{D} + \frac{ab}{\ell} = 0 \Rightarrow$ $x'_0 = -\frac{Db}{\ell}$ $x'_0 < 0$ : les franges se déplacent vers le bas.	0.5 + 0.5
8.	
8.1. $F$ et $F'$ sont mutuellement incohérentes $\Rightarrow I(M) = I_F(M) + I_{F'}(M)$ $I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi\frac{x}{i} + 2\pi\frac{ab}{\ell}\right) \right) + 2I_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi\frac{x}{i} - 2\pi\frac{ab}{\ell}\right) \right)$ , $I(x) = 4I_0 \left( 1 + \cos\left(2\pi\frac{ab}{\ell}\right) \cos\left(2\pi\frac{x}{i}\right) \right)$	1
8.2. $C = \left  \cos\left(2\pi\frac{ab}{\ell}\right) \right $	0.5
8.3. courbe $C(a)$ , $a_0 = \frac{\lambda\ell}{4b}$	
	1 +
<i>Application</i> : détermination de la « distance angulaire » entre deux étoiles à l'aide d'un Télescope muni des fentes d'Young avec « a » réglable.	0.5
9.	
9.1. Les deux radiations sont mutuellement incohérentes $\Rightarrow I(M) = I_{\lambda_1}(M) + I_{\lambda_2}(M)$ $\Rightarrow$ chaque radiation donne un phénomène d'interférences. $i_2 > i_1$ : on observe des coïncidences et des anti-coïncidences. La frange centrale est la même pour les deux radiations.	0.5
9.2. Première anti-coïncidence : $x_1 = pi_2 = \left(p + \frac{1}{2}\right)i_1 \Rightarrow p = \frac{i_1}{2(i_2 - i_1)} \Rightarrow$ $x_1 = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \frac{\lambda_2 D}{a}$ A.N : $x_1 = 29$ cm	1 + 0.5

# PROBLEME 02: (23/40)

Barèn

## Écoulement parfait:

- 1-1. Le long d'une ligne de courant d'un écoulement parfait, permanent et incompressible d'un fluide, l'équation de Bernoulli s'écrit: 1

$$\underline{\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z + p = \text{cte (le long d'une ligne)}}.$$

- 1-2. On applique l'équation de Bernoulli le long d'une ligne de courant passant par un point A de la surface du réservoir et un point B extrémité de la conduite horizontale à la pression  $p_0$ .

$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \rho g z_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

$$P_A = P_B = p_0 \text{ et } z_B = 0 ; z_A = h$$

• l'écoulement est permanent  $\rightarrow$  il y a conservation du débit  $S v_A = S v_B$

$$\text{Puisque } S \gg s \Rightarrow v_B \gg v_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho v_B^2 = \rho g h \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2gh}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{théorème} \\ \text{de Torricelli.} \end{array} \right.$$

$$\text{A.N : } \underline{v_B = \sqrt{2 \times 10 \times 1,8} = 6 \text{ m s}^{-1}}$$

1-3.  $Q_v = S v_B = \pi a^2 v_B$

$$= \pi 25 \cdot 10^{-4} \cdot 6 = 4,71 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

2-1. Il y a conservation du débit volumique dans la conduite de la section variable.

$$Q_v' = Q_v \Rightarrow S_c v_c = S_B v_B$$

$$S_c = \pi a^2 = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi a^2 = \frac{1}{4} S_B$$

$$\frac{1}{4} S_B v_c = S_B v_B \Rightarrow v_c = 4 v_B$$

$$v_c = 36 \text{ m/s}$$

→ la vitesse du fluide au niveau de l'étranglement est plus élevée : effet Venturi

1  
+  
0,5

2-2. Lorsque la section devient suffisamment faible, les effets de viscosité deviennent appréciables → le modèle de l'écoulement parfait n'est plus applicable.

1

Écoulement réel :

3.1 Dans le cas d'un écoulement d'un liquide visqueux de masse volumique  $\rho$ , de viscosité dynamique  $\eta$  et réalisé dans une conduite cylindrique de rayon  $a$  à la vitesse  $v$ , le nombre de Reynolds a pour expression :  $R = \frac{2 a \rho \cdot v}{\eta}$  (sans unité)

1

Ce nombre permet de comparer les influences respectives des transports convectif et diffusif de la quantité de mouvement.

La loi de Poiseuille est appliquée pour les écoulements permanents réalisés à faible vitesse. c.à.d sans le cas ou  $R < R_c = 2000$ .  
Il s'agit d'un écoulement laminaire.

1

3-2.

$$V_m = \frac{1}{S} \iint_S \vec{v} \cdot dS \vec{n} = \frac{Q_v}{S} = \frac{1}{S} \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_M - P_N}{l}$$

$$V_m = \frac{\pi a^4}{8\eta \pi a^2} \frac{P_M - P_N}{l} \Rightarrow \boxed{V_m = \frac{a^2}{8\eta} \frac{P_M - P_N}{l}}$$

1

4-1. Le caractère réel de l'écoulement provoque la dissipation de l'énergie  $\Rightarrow$  perte de charge.

0,5

4-2. Les pressions en différents points O, A, B, C et D. sont déduites en utilisant la relation fondamentale de l'hydrostatique.

$$P = P_0 + \rho g h ; P_A = P_0 + \rho g h_A$$

$$P_B = P_0 + \rho g h_B ; P_C = P_0 + \rho g h_C ; P_D = P_0 + \rho g h_D$$

Le débit  $Q_v$  dans la conduite horizontale de rayon  $a$  reste constant :

$$Q_v = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_A - P_C}{AC} = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_B - P_C}{BC} = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{P_B - P_D}{BD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_A - P_C}{AC} = \frac{P_B - P_C}{BC} = \frac{P_B - P_D}{BD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{h_A - h_C}{AC} = \frac{h_B - h_C}{BC} = \frac{h_B - h_D}{BD}$$

0,5

0,5

$$h_A = (h_B - h_C) \frac{AC}{BC} + h_C = 70 \text{ cm.}$$

$$\text{et } h_D = h_B - (h_B - h_C) \frac{BD}{BC} = 10 \text{ cm.}$$

$$Q_V = \frac{\pi a^4}{8\eta} \cdot \frac{P_B - P_C}{BC} = \frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{\rho g (h_B - h_C)}{BC}; a^4 = \frac{s^2}{\pi^2}$$

$$= \frac{s^2}{8\pi\eta} \frac{\rho g (h_B - h_C)}{BC} \Rightarrow \eta = \frac{s^2}{8\pi BC} \frac{\rho g (h_B - h_C)}{Q_V}$$

A.N:  $\eta = 3,55 \cdot 10^{-3}$  Poiseuille.

0,5

0,5

1

4-3.1. On maintient le même débit volumique.

Entre les points O et B, la section de la conduite n'est pas modifiée. L'application de la loi de Poiseuille, on peut déduire la loi de variation de la pression au pt d'abscisse x.

$$Q_V = \frac{s^2}{8\pi\eta} \frac{P_O - P(x)}{x} \Rightarrow P(x) = - \frac{8\pi\eta Q_V}{s^2} \cdot x + P(O)$$

$$P(x) = P(O) - \frac{8\pi\eta Q_V}{s^2} \cdot x \text{ avec } P(O) = P_0 + \rho g h$$

1

4-3.2 Au niveau de l'étranglement (entre les points B et C), la section de la conduite est plus faible.

Dans cette région, le produit  $s^2(P(O) - P(x)) = \text{cte}$   
 Si  $s \searrow \Rightarrow (P(O) - P(x)) \nearrow \Rightarrow P(x) \searrow$

Ce qui provoque l'augmentation de la charge

$$\Rightarrow \underline{h'_A} = h_A, \underline{h'_B} = h_B, \underline{h'_C} < h_C \text{ et } \underline{h'_D} < h_D.$$

1

4-4. Il existe une baisse de la tension artérielle au niveau d'une artère partiellement touchée par un dépôt de la graisse (ce qui provoque une diminution de la section de cette artère) lors de l'écoulement laminaire du sang assimilé à un fluide visqueux incompressible. 0,5

5-1. En régime permanent, le débit volumique  $Q_V$  du sang est conservatif au niveau de l'aorte et de l'ensemble des capillaires (de section totale  $S$ ).

• Pour l'aorte :  $v_{ma} = \frac{Q_V}{\pi a_{aorte}^2} = \frac{8,3 \cdot 10^{-5}}{\pi (10^{-2})^2} = 0,264 \text{ m/s}$  1

• Pour un capillaire :  $v_{mc} = \frac{Q_V}{S} = \frac{8,3 \cdot 10^{-5}}{0,2} = 4,15 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$  1

⇒ la vitesse d'écoulement du sang dans l'aorte est plus grande.

5-2.1 Dans une conduite cylindrique de rayon  $a$  et de longueur  $L$ , la vitesse moyenne de l'écoulement est proportionnelle à la perte de pression  $\frac{\Delta P}{L}$  par unité de longueur.

$$v_m = \frac{Q_V}{\pi a^2} = \frac{a^2}{8\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} ; \Delta P = P_1 - P_2$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta P}{L} = \frac{8\eta}{a^2} v_m$$

• Pour l'aorte

$$\frac{\Delta P_a}{L} = \frac{8\eta}{d_{aorte}^2} v_{ma} = \frac{8 \times 2 \times 10^{-3}}{(10^{-2})^2} \times 0,264$$

$$\frac{\Delta P_a}{L} = 42,3 \text{ Pa m}^{-1}$$

• Pour un Capillaire

$$\frac{\Delta P_c}{L} = \frac{8\eta}{d_c^2} v_{mc} = \frac{8 \times 2 \times 10^{-3}}{(10^{-5})^2} = 6,64 \times 10^4 \text{ Pa m}^{-1}$$

5-2-2

• La circulation du sang est difficile au niveau des capillaires, à cause de la forte perte de charge, ce qui n'est pas le cas pour l'aorte.

• En réalité certaines hypothèses de la loi de Poiseuille ne sont pas vérifiées : régime d'écoulement non permanent, forces de pesanteur non négligeables, l'écoulement n'est pas toujours laminaire... En outre, la viscosité du sang dépend de la dimension des vaisseaux sanguins. Elle n'a pas la même valeur dans l'aorte et dans les capillaires.

5-3-1

Dans une conduite cylindrique de rayon  $a$ , le nombre de Reynolds  $R$  s'écrit :

$$R = \frac{2a \rho v_m}{\eta}$$

• Pour l'aorte :  $R_a = \frac{2a \rho v_{ma}}{\eta} = \frac{2 \times 10^{-2} \times 1,03 \times 10^3 \times 0,264}{2 \times 10^{-3}} = 2720$



• Pour un capillaire  $R_{\text{capillaire}} = \frac{2a_c \rho V_{mc}}{\eta}$

$$R_{\text{capillaire}} = \frac{2 \times 10^{-5} \times 1,03 \times 10^3 \times 4,15 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}}$$

$$\underline{R_{\text{capillaire}} = 4,27 \times 10^{-3}}$$

5.3-2

$R_c = 2000$  valeur limite (critique) entre les écoulements laminaire et turbulent

On peut déduire :

•  $R_{\text{orte}} > R_c \Rightarrow$  Dans l'orte, l'écoulement sanguin est qualifié turbulent.

•  $R_{\text{capillaire}} \ll R_c$   
 $\Rightarrow$  Dans les capillaires, l'écoulement sanguin est laminaire.