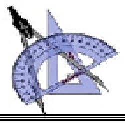
Chortani Atef *www.matheleve.net*		**Fonction logarithme**

EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur [0 , +∞ [par : $\begin{cases} f(x) = 2 - x + x\,Lnx & si \quad x \succ 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$

On note (Cf) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$).

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier le dérivabilité de f à droite en 0 ; Interpréter géométriquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) Soit φ la fonction définie sur] 0 , + ∞ [par $\varphi(x)$= f (x) - x

a) Dresser le tableau de variation de φ .

b) Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions 1 et α ; Vérifier que $4 < \alpha < 5$.

c) Déterminer le signe de $\varphi(x)$ puis préciser la position de (Cf) par rapport à la droite D : y = x.

d) Construire D et (Cf).

3) Soit la suite U définie sur N par $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

a) Montrer que pour tout n Є ℕ , $1 < U_n < \alpha$.

b) Montrer que la suite U est décroissante.

c) En déduire que la suite U est convergente et calculer sa limite.

Exercice2

I)Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x)=x^2+3x-4+4\ln x$.

1. Déterminer les limites de g en 0 et $+\infty$.

2. Soit g' la dérivée de g. Montrer que : $g'(x)=\dfrac{2x^2+3x+4}{x}$,puis dresser le tableau de variations de g sur $]0;+\infty[$.

3. Calculer g(1) et en déduire le signe de g(x) sur $]0;+\infty[$.

II)Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x+3\ln x-\dfrac{4\ln x}{x}$

On appelle (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ (unité 3 cm).

1)a)Déterminer la limite de f en $+\infty$.

b) Déterminer la limite de f en 0 ; on remarquera que : $f(x)=x+\left(3-\dfrac{4}{x}\right)\ln x$. Que peut-on en déduire ?

2)a) Montrer que pour tout x strictement positif : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

b)En utilisant les résultats de la partie A, étudier les variations de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

c) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

3)On rappelle que pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$, $f(x)=x+\left(3-\dfrac{4}{x}\right)\ln x$

Donner les solutions dans l'intervalle $]0;+\infty[$ de l'équation $f(x)=x$.

4. Tracer (C_f) et la droite d'équation $y=x$.

5. Interpréter graphiquement le résultat de la question 3.