www.devoir.tn www.matheleve.net	Nombres Complexes	
	Série 10	4 ème Inf

Le jour où l'humanité sera libérée de ses complexes, quel ennui sur la terre !

Tous les esprits justes, précis et clairs appartiennent à la géométrie.

1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 + 4z + 16 = 0$
2) Pour tout nombre complexe z, on pose $P(z) = z^3 - 64$.
a) Calculer P(4)
b) Trouver les réels a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z,
$P(z) = (z - 4)(az^2 + bz + c)$
c)Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation P(z) = 0

Les Mathématiques ne sont écrites que pour les mathématiciens.

1) Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout nombre complexe z on ait :
$z^3 - 8 = (z - 2)(az^2 + bz + c)$.
En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^3 - 8 = 0$.
2)Dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ (unité 2 cm), on considère les points A d'affixe $z_A = 2$, B d'affixe $z_B = -1 + i\sqrt{3}$ et C d'affixe $z_C = -1 - i\sqrt{3}$.
a) Placer les points A, B et C
b) Déterminer la nature du triangle ABC.

Les mathématiques consistent à prouver des choses évidentes par des moyens complexes.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O;\vec{u};\vec{v})$.
L'unité graphique est 2 cm.

1) Pour tout nombre complexe z, on pose :
$P(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$
a) Calculer $P(-2\sqrt{2}) =$
b) Déterminer une factorisation de P(z) sous la forme :
$P(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 + \alpha z + \beta)$ où α et β sont deux nombres réels que l' on déterminera.
c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : P(z) = 0.

2) On note A, B et C les points d'affixes respectives : $a = 2 + 2i$, $b = 2 - 2i$ et $c = -2\sqrt{2}$

a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$.

b)Démontrer que A, B, C sont sur un même cercle Γ de centre O, dont on donnera le rayon.

Les mathématiques sont la science de la production de conclusions nécessaires.

1)a) Calculer $(1 + 3i)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E_1) : $z^2 - (3 + i)z + 4 = 0$

2) Soit l' équation (E_2): $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 3i)z - 4i = 0$

a) Vérifier que $z_0 = i$ est une solution de (E_2)

b) Déterminer les réels a et b telque: $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (3 + 3i)z - 4i = (z - i)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre alors l'équation (E_2)

3) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$on donne les points $A(i)$, $B(1 - i)$ et $C(2 + 2i)$

a)Placer les points A , B et C

b) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.

c)Déterminer l'affixe du point D pour que ABDC est un carré

Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les mathématiques ?

Le plan P est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$,on considère le point A d'affixe i.

A tout point M d'affixe $z \neq 0$, on associe le point M'(z') tel que $z' = \dfrac{z - i}{z}$

1) a)Déterminer et construire l'ensemble des point M tel que $|z'| = 1$

b) Déterminer l'ensemble des point M tel que z' soit réel

c) Déterminer l'ensemble des point M tel que z' soit imaginaire

2)a) Montrer que si M décrit la médiatrice du segment [OA] alors M' décrit un cercle que l'on précisera

b) $*$ Vérifier que $z' - 1 = \dfrac{-i}{z}$

$*$ Déduire que si M décrit le cercle de centre O et de rayon 1 alors M' décrit un cercle que l'on précisera