Mathématiques aux élèves Site web : http://www.matheleve.net/ Email :contact@matheleve.net		Probabilités sur un ensemble fini
4 ème sc	Série de révision	Prof : Chortani Atef

Exercice 1

Une agence de voyages propose exclusivement trois destinations: la destination A, la destination G et la destination M.
50% des clients choisissent la destination A. 30% des clients choisissent la destination G.
20 % des clients choisissent la destination M.
Au retour de leur voyage, tous les clients de l'agence répondent aune enquête de satisfaction. Le dépouillement des réponses ace questionnaire permet de dire que 90% des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits, de même que 80% des clients ayant choisi la destination G. On prélève au hasard un questionnaire dans la pile des questionnaires recueillis. On note les évènements : A : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination A »;

G : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination G »;
M : « le questionnaire est celui d'un client ayant choisi la destination M » ;
S : « le questionnaire est celui d'un client satisfait »;
$\overline{S}$: « le questionnaire est celui d'un client insatisfait ».

1. Traduire les données de l'énoncé sur un arbre de probabilité.
2. Traduire par une phrase les évènements $G \cap S$ et $M \cap S$ puis calculer les probabilités $P(G \cap S)$ et $P(M \cap S)$.

L'enquête montre que 72% des clients de l'agence sont satisfaits. En utilisant la formule des probabilités totales,

3. calculer $P(A \cap S)$. En déduire $P_A(S)$, probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement A est réalisé.
4. Le questionnaire prélevé est celui d'un client qui est satisfait. Le client a omis de préciser quelle destination il avait choisie. Déterminer la probabilité qu'il ait choisi la destination G
5. On prélève successivement au hasard trois questionnaires dans la pile d'enquêtes. On suppose que le nombre de questionnaires est suffisamment élevé pour considérer que les tirages successifs sont indépendants,
Calculer la probabilité de l'évènement : « les trois questionnaires sont ceux de clients insatisfaits »
(*on donnera le résultat arrondi au millième*).

Exercice 2

Dans un village de vacances, trois stages sont proposés aux adultes et aux enfants. Ils ont lieu dans la même plage horaire ; leurs thèmes sont : la magie, le théâtre et la photo numérique.
150 personnes dont 90 adultes se sont inscrites à l'un de ces stages. Parmi les 150 personnes inscrites, on relève que : la magie a été choisie par la moitié des enfants et 20% des adultes ;
27 adultes ont opté pour la photo numérique ainsi que 10% des enfants.
Recopier et compléter le tableau suivant

	Magie	Théâtre	Photo numérique	Total
Adultes				
Enfants				
Total				150

On appelle au hasard une personne qui s'est inscrite à un stage.
On pourra utiliser les notations suivantes

A l'évènement « la personne appelée est un adulte » ;
M l'évènement « la personne appelée a choisi la magie » ;
T l'évènement « la personne appelée a choisi le théâtre » ;
N l'évènement « la personne appelée a choisi la photo numérique ».

1. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un enfant ?
2. Quelle est la probabilité que la personne appelée ait choisi la photo sachant que c'est un adulte ?
3. Quelle est la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi le théâtre ?
4. Montrer que la probabilité que la personne appelée ait choisi la magie est 0,32.
5. Le directeur du village désigne une personne ayant choisi la magie. Il dit qu'il y a deux chances sur trois pour que ce soit un enfant. A-t-il raison ? Justifier votre réponse.
6. On choisit, parmi les personnes qui désirent suivre un stage, cinq personnes au hasard. On assimile ce choix à un tirage avec remise. Quelle est la probabilité qu'une seule personne ait choisi la magie .

Exercice 3

Une enquête est réalisée auprès des clients d'une compagnie aérienne.
Elle révèle que 40% des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles, que 35% des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques et le reste pour diverses autres raisons.
Sur l'ensemble de la clientèle, 40% choisit de voyager en première classe et le reste en seconde classe.
En fait, 60% des clients pour raisons professionnelles voyagent en première classe, alors que seulement 20% des clients pour raison touristiques voyagent en première classe.
On choisit au hasard un client de cette compagnie. On suppose que chaque client à la même probabilité d'être choisi.

On note : A l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »
T l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »
D l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »
V l'événement « le client interrogé voyage en première classe ».

Si E et F sont deux événements, on note $p(E)$ la probabilité que E soit réalisé, et $p_F(E)$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{E}$ l'événement contraire de E .

1.Déterminer : $p(A)$, $p(T)$, $p(V)$, $p_A(V)$ et $p_T(V)$.

2.a. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons professionnelles.

b. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons touristiques.

c. En déduire la probabilité que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques.

3. Déterminer la probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe.

4. Soit un entier n supérieur ou égal à 2. On choisit n « clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante. On note p_n la probabilité qu'au moins un de ces clients voyage en seconde classe.

a. Prouver que : $p_n = 1-(0,4)^n$.

b. Déterminer le plus petit entier n pour lequel $p_n > 0,9999$.

Exercice 4

Un appareil de très haute technologie est installé dans un laboratoire industriel.
L'installateur assure une maintenance à l'issue de chaque semaine d'utilisation. Pour cette maintenance, soit il doit se déplacer (intervention directe sur l'appareil), soit une assistance téléphonique suffit.
A l'issue d'une semaine de fonctionnement, trois situations sont possibles :
Situation A : l'appareil a fonctionné normalement ; Situation B : l'appareil a eu des arrêts épisodiques ;
Situation C : l'appareil a eu des arrêts très fréquents.
Dans la situation A, l'installateur doit se déplacer 1 fois sur 2.
Dans la situation B, l'installateur doit se déplacer 7 fois sur 10.
L'installateur sait par expérience que, à l'issue de chaque semaine de fonctionnement, la probabilité d'être dans la situation A est 0,6 ; la probabilité d'être dans la situation B est 0,3 ; la probabilité qu'il doive se déplacer est 0,6.

Partie A : L'appareil a été utilisé pendant une semaine.

On considère les événements suivants : A : « On se trouve dans la situation A »
B : « On se trouve dans la situation B » C : « On se trouve dans la situation C »
S : « L'installateur se déplace » T : « L'installateur effectue une assistance téléphonique »

On pourra construire un arbre pondéré que l'on complètera au fur et à mesure.

1. Calculer la probabilité de l'événement T.
2. Démontrer que, lorsqu'on se trouve dans la situation C, la probabilité que l'installateur se déplace est 0,9.
3.On sait que l'installateur s'est déplacé. Déterminer la probabilité que l'on ait été dans la situation B.

Partie B : L'installateur devra effectuer la maintenance trois semaines de suite.

On admet que les événements qui surviendront au cours de chacune de ces trois semaines sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité que l'installateur ait à effectuer exactement deux déplacements sur les trois semaines ?

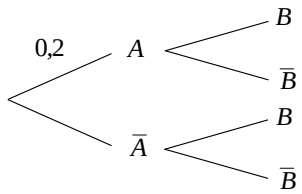
a) Donner la loi de probabilité associée au nombre de déplacements à effectuer sur les trois semaines.
b) Montrer que l'espérance mathématique de cette loi vaut 1,8.
c) Pour l'installateur, un déplacement revient à 300 dinars (l'assistance téléphonique ne lui coûte rien).
L'installateur décide de proposer à son client un forfait pour trois semaines de maintenance.

2. Déterminer le montant minimum de ce forfait afin que l'installateur puisse espérer rentrer dans ses frais.

Exercice 5

Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique consultable via internet. Il est possible de s'abonner à une seule des deux éditions ou de s'abonner à l'édition papier et à l'édition électronique. L'éditeur de la revue a chargé un centre d'appel de démarcher les personnes figurant sur une liste de lecteurs potentiels. On admet que lorsqu'un lecteur potentiel est contacté par un employé du centre d'appel, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à 0,2 ; s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à 0,4 ; s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,1. Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

On note : A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
B l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,
$\overline{A}$ l'évènement contraire de A, $\overline{B}$ l'évènement contraire de B.



1.a. Reproduire et compléter l'arbre suivant :

b. Donner la probabilité de $\overline{B}$ sachant A et la probabilité de $\overline{B}$ sachant $\overline{A}$.

2. Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.

3. Justifier que la probabilité de l'évènement B est égale à 0,16.
4. Les évènements *A* et *B* sont-ils indépendants ?
5 . On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique.
Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?
6. Pour chacune des personnes contactée, le centre d'appel reçoit de l'éditeur de la revue
• 2 dinars si la personne ne s'abonne à aucune des deux éditions ;
• 10 dinars si la personne s'abonne uniquement à l'édition électronique ;
• 15 dinars si la personne s'abonne uniquement à l'édition papier ; • 20 dinars si la personne s'abonne aux deux éditions.
a. Reproduire et compléter, sans donner de justification, le tableau ci-dessous donnant la loi de probabilité de la Somme reçue par le centre d'appel pour une personne contactée.

Somme reçue en euros	2	10	15	200
Probabilité				

b. Proposer, en expliquant votre démarche, une estimation de la somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5000 lecteurs potentiels.

Exercice 6

Un site Internet offre la possibilité à des particuliers de vendre des objets aux enchères. Pour chaque objet, la durée des enchères dure une semaine. Si une annonce reçoit une enchère, alors la vente de l'objet est obligatoire à la fin des enchères et ce, même si le vendeur juge le prix de vente trop peu élevé. Sur ce site, une étude statistique a montré que $3/5$ des annonces reçoivent une première enchère le lendemain de leur parution ; dans ce cas, 75% des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final ; $1/3$ des annonces reçoivent une première enchère au bout de trois jours et, dans ce cas, 57% des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final de leur objet ; Les autres annonces ne reçoivent aucune enchère et le vendeur retire alors son objet de la vente.

On choisit au hasard une annonce mise en ligne sur le site. On note :

L : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère le lendemain de sa parution » ;
T : l'évènement « l'annonce reçoit une première enchère au bout de trois jours » ;
A : l'évènement « l'annonce ne reçoit aucune enchère » .
S : l'évènement «le vendeur est satisfait du prix de vente final de son objet » et $\overline{S}$ son évènement contraire.

1. Traduire la situation par un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité que l'annonce ait reçu une première enchère le lendemain de sa parution et que le vendeur soit satisfait du prix de vente final.
3. Démontrer que la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix de vente de son objet est 0,64.
4. Un objet est vendu à un prix qui satisfait son vendeur. Quelle est la probabilité que cet objet ait reçu une première enchère dès le lendemain de la parution de l'annonce
5. Marc a mis en vente le même jour trois jeux vidéo identiques sur ce site. On suppose que les déroulements de ces enchères sont indépendants les uns des autres. Calculer la probabilité qu'à la fin des enchères, Marc soit satisfait du prix de vente final d'au moins deux de ces jeux vidéo .

Exercice 7

Pour faire connaître l'ouverture d'un nouveau magasin vendant des salons, le directeur fait distribuer des bons publicitaires permettant de recevoir un cadeau gratuit sans obligation d'achat. Une enquête statistique préalable a montré que, parmi les personnes qui entrent dans le magasin 90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire. Parmi elles, 10 % achètent un salon. Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon.
Une personne entre dans le magasin. On note : B l'évènement « la personne a un bon publicitaire ».
$\overline{B}$ l'évènement « la personne n'a pas de bon publicitaire ». S l'évènement « la personne achète un salon ».
$\overline{S}$ l'évènement contraire de S.

1. Dessiner un arbre pondéré représentant la situation.
2. À l'aide de B, $\overline{B}$, S, $\overline{S}$ traduire les évènements suivants et calculer leur probabilité à 10^{-2} près ;la personne n'achète pas de salon sachant qu'elle est venue avec un bon publicitaire ; la personne achète un salon ; la personne est venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon.

Le bon publicitaire et le cadeau associé coûtent 15 dinars au magasin. Un salon vendu rapporte 500 dinars au magasin s'il est vendu sans bon publicitaire.

3. Compléter le tableau suivant qui donne la loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	− 15	500	0
Probabilité				

4. Calculer le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant. Le directeur pense changer la valeur du cadeau offert. Soit x le prix de revient, en euros, du nouveau bon publicitaire. Calculer, dans ce cas, l'espérance E de la loi de probabilité du bénéfice du magasin en fonction de x.
5. Le directeur souhaite réaliser 76 dinars de bénéfice moyen par personne entrant. Quel doit être le prix de revient x du nouveau bon publicitaire ?

Exercice 8

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60% des élèves sont des filles. De plus 40% des filles et 30% des garçons fument.

1. On choisit un élève au hasard. On note A l'événement : « L'élève choisi fume », et $p(A)$ la probabilité de cet événement. On note F l'événement : « L'élève choisi est une fille ». Quelle est la probabilité que :
   a) Cet élève soit un garçon ? b) Cet élève soit une fille qui fume ? c) Cet élève soit un garçon qui fume ?
2. Déduire des questions précédentes, en le justifiant, que P(A) = 0,36.
3. L'enquête permet de savoir que :
   - Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;
   - Parmi les élèves non fumeurs, 65% ont des parents non fumeurs.

   On note B l'événement : « L'élève choisi a des parents fumeurs ». On notera $p_D(C)$ la probabilité de l'événement C sachant l'événement D. Dans cette question, on pourra s'aider d'un arbre pondéré.

a) Calculer les probabilités $P(A\cap B)$ et $P(\overline{A}\cap B)$ .En déduire $p(B)$.

b) Calculer $p_B(A)$, probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents fumeurs.

Calculer $p_{\overline{B}}(A)$, probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents non fumeurs.

Quelle remarque amène la comparaison de ces deux résultats ?

4. On rappelle que, pour chaque élève choisi, la probabilité qu'il soit fumeur est égale à 0,36. On choisit quatre élèves de terminale au hasard. On admettra que la population d'élèves de terminale est suffisamment grande pour que le choix d'élèves au hasard soit assimilé à un tirage avec remise.
   A l'aide d'un arbre pondéré, calculer la probabilité qu'aucun de ces quatre élèves ne soit fumeur ?

Exercice 9

On considère les épreuves de courses du 100 m, 200 m ou 400 m lors des meetings internationaux d'athlétisme. On s'intéresse au nombre de faux départs survenant lors de ces épreuves. On rappelle qu'un faux départ est le démarrage d'un coureur avant le signal de départ donné par le starter, à la suite de quoi on doit donner un nouveau signal de départ. Les statistiques des années précédentes ont permis d'établir les données suivantes :

- la probabilité qu'il y ait un faux départ au premier signal est de 0,2
- quand il y a eu un faux départ au premier signal, la probabilité qu'il y ait de nouveau un faux départ au deuxième signal est de 0,05
- il n'y a jamais de faux départ au troisième signal. On admet que les départs sont indépendants les uns des autres.

1°) Représenter ces données par un arbre de probabilités.
On notera F1 : l'événement :" il y a un faux départ au premier signal"
F2 : l'événement :" il y a un faux départ au deuxième signal"

2°) Montrer que la probabilité qu'il y a ait exactement un faux départ est de 0,19

3°) Déterminer la loi de probabilités du nombre de faux départs donnés lors d'une épreuve quelconque.
Justifier l'affirmation suivante : " dans 20 % des épreuves, il y au moins un faux départ"

4°) Lors d'un quart de finale au 200 m, on fait courir les athlètes en quatre séries indépendantes, soit quatre épreuves.
Calculer la probabilité qu'il y ait exactement trois séries sans faux départ au premier signal lors de ce quart de finale.

Exercice 10

Un club de remise en forme propose, outre l'accès aux salles de musculation, des cours collectifs pour lesquels un supplément est demandé lors de l'inscription. Une fiche identifie chaque membre et son type d'abonnement : avec ou sans cours collectif. Une étude sur les profils des membres de ce club a montré que
40 % des membres sont des hommes. 65 % des membres sont inscrits aux cours collectifs.
Parmi les femmes, membres de ce club, seulement 5 % ne sont pas inscrites aux cours collectifs.
On choisit une fiche au hasard et on considère les événements suivants
H : « la fiche est celle d'un homme », F : « la fiche est celle d'une femme »,
C : « la fiche est celle d'un membre inscrit à des cours collectifs ».

Rappel de notation : Si A et B sont deux événements donnés, $p(A)$ désigne la probabilité de A et $p_B(A)$ désigne la probabilité conditionnelle de A sachant B.

1) Donner les probabilités suivantes : $p(H)$, $p_F(\overline{C})$, $p_F(C)$ et les reporter sur un arbre pondéré modélisant la situation qui sera complété au cours de la résolution de l'exercice.

2) a) Déterminer $p(F \cap C)$. **b)** Montrer que $p(H \cap C) = 0,08$.

c) On tire la fiche d'un homme, quelle est la probabilité que celui-ci soit inscrit aux cours collectifs ?

d) Compléter l'arbre pondéré de la question 1.

3) On choisit au hasard une fiche d'un membre non inscrit aux cours collectifs.
Quelle est la probabilité que ce soit celle d'un homme ? (donner la valeur décimale arrondie au centième).

4) Pour vérifier la bonne tenue de son fichier, la personne chargée de la gestion de ce club prélève une fiche au hasard et la remet après consultation. Elle procède ainsi trois fois de suite.
Quelle est la probabilité qu'au moins une des fiches soit celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs ?

Exercice 11

Les parties A et B sont indépendantes.

À la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.

Partie A :

On sait que, dans cette classe, 48% des élèves ont 11 ans, 15 ont 13 ans et les autres ont 12 ans. Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique. 15 élèves, dont les 23 ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ; les autres, dont la moitié ont 12 ans, ont acheté un sac à dos.

1. Recopier le tableau suivant sur votre copie et le compléter à l'aide des données de l'énoncé :

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans			
12 ans			
13 ans			
Total			25

2- On interroge au hasard un élève de cette classe et on note :

S l'évènement : « l'élève a un sac à dos ».

C l'évènement : « l'élève a un cartable ».

T l'évènement : « l'élève a treize ans ».

a. Montrer que $p(S) = 0,4$.

b. Calculer $p(C \cap T)$.

3- On interroge successivement et de manière indépendante trois élèves de cette classe ;
Quelle est la probabilité qu'exactement deux d'entre eux aient un sac à dos ?

Partie B :

À leur inscription, ces élèves doivent souscrire une assurance scolaire ; deux types de contrats annuels sont proposés. D'après des études statistiques, le contrat A dont le coût est de 20 dinars est choisi avec une probabilité de 0,7 et le contrat B dont le coût est de 30 dinars est choisi avec une probabilité de 0,3.

De plus, le collège propose une adhésion facultative au foyer coopératif, d'un montant de 15 dinars.

Indépendamment du contrat d'assurance choisi, 40% des élèves prennent une carte d'adhérent du foyer.

On note : A l'évènement : « l'élève a choisi le contrat A » B l'évènement : « l'élève a choisi le contrat B »
F l'évènement : « l'élève est adhérent du foyer ».

1- Construire l'arbre des probabilités associé à la situation décrite ci-dessus.

2- Quelle est la probabilité qu'un élève ait pris le contrat B et soit adhérent du foyer ?

3- À chaque élève pris au hasard, on associe le coût X de son inscription (assurance scolaire plus adhésion éventuelle au foyer) ;

a. Quelles sont les valeurs possibles de ce coût ?

b. Établir la loi de probabilité de ce coût et présenter le résultat dans un tableau.

c. Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

Exercice n°12

Une étude statistique indique que 95 % des téléviseurs fabriqués par une entreprise sont en état de fonctionnement.
On fait subir à chaque appareil un test de contrôle. On constate que :

- quand un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96 % des cas à l'issue du test ;
- quand un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il est néanmoins accepté dans 8 % des cas à l'issue du test. On choisit au hasard un téléviseur fabriqué par l'entreprise. On définit les événements suivants :

F : « le téléviseur est en état de fonctionnement » ; T : « le téléviseur est accepté à l'issue du test » ;

$\overline{T}$: « le téléviseur est refusé à l'issue du test ». Ainsi : la probabilité de l'événement F, notée p(F) est 0,95 ;

la probabilité $p_F(T)$ qu'un téléviseur soit accepté à l'issue du test sachant qu'il est en état de fonctionnement est 0,96.

1.Calculer la probabilité que le téléviseur ne soit pas en état de fonctionnement.

2.a. Calculer la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issue du test et qu'il soit en état de fonctionnement

b. Calculer la probabilité qu'un téléviseur soit refusé à l'issue du test sachant qu'il est en état de fonctionnement.

c. Calculer la probabilité que le téléviseur soit refusé à l'issue du test et qu'il ne soit pas en état de fonctionnement.

3. En déduire la probabilité pour que le téléviseur soit refusé à l'issue du test.

4.Quelle est la probabilité pour qu'un téléviseur soit en état de fonctionnement sachant qu'il est refusé à l'issue du test ? (On donnera la valeur décimale arrondie au millième du résultat.)

Exercice 1 3

En 1998 un constructeur automobile français a vendu dans la catégorie "petites voitures" 283049 véhicules répartis de la façon suivante : 86214 du modèle *A*, 166 937 du modèle *B*, le reste du modèle *C*.

Le constructeur estime que la probabilité de choix d'un de ces modèles par un client ayant l'intention d'acheter une voiture de cette catégorie, est égale à la fréquence de vente de ce modèle dans la catégorie "petites voitures" de cette marque.

Les résultats seront arrondis à trois décimales.

1. Déterminer la probabilité qu'un client acheteur choisisse le modèle *B*.
2. Quelle est la probabilité qu'il ne choisisse pas le modèle *B* ?
3. Trois clients achètent un véhicule dans la catégorie "petites voitures", leur choix se fait de façon indépendante. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de clients parmi les trois qui achètent le modèle *B*.

a. Construire un arbre de probabilité et déterminer la loi de probabilité de X.

b. Calculer l'espérance mathématique de X.

4. Représenter la fonction de répartition de X.
5. Quelle est la probabilité pour qu'au plus deux clients sur les trois achètent un véhicule du modèle *B* ?

Correction

Exercice 1

1) Les données de l'énoncé nous permettent d'établir que : $p(A)=0,5$

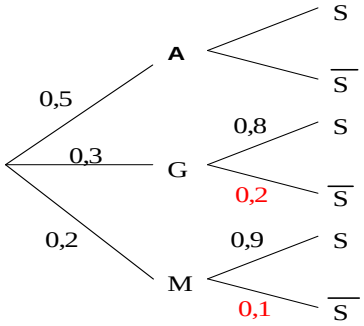
$p(B)=0,3$, et $p(M)=0,2$ (pourcentages de l'énoncé)

De surcroît, puisque « 90% des clients ayant choisi la destination M sont satisfaits », on aura $p_M(S)=0,9$.

donc $p_M(\overline{S})=1-p_M(S)=1-0,9=0,1$.

De même $p_G(S)=0,8$ donc $p_G(\overline{S})=1-0,8=0,2$

Les probabilités notées en rouge ont été calculées en appliquant la loi des nœuds : « la somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1. »



2) a) $G\cap S$ est l'événement « le questionnaire est celui d'un client satisfait ayant choisi la destination G ».

Sa probabilité est : $p(G\cap S)=p(G)\times p_G(S)=0,3\times 0,8=0,24$.

$M\cap S$ est l'événement « le questionnaire est celui d'un client satisfait ayant choisi la destination M ».

Sa probabilité est : $p(M\cap S)=p(M)\times p_M(S)=0,2\times 0,9=0,18$.

b) L'énoncé nous fournit : $p(S)=0,72$. Les événements A, G et M forment une partition de l'univers,

Donc, d'après la formule des probabilités totales, on a : $p(S)=p(A\cap S)+p(G\cap S)+p(M\cap S)$

Or, $p(S)=0,72$, $p(G\cap S)=0,24$ et $p(M\cap S)=0,18$.

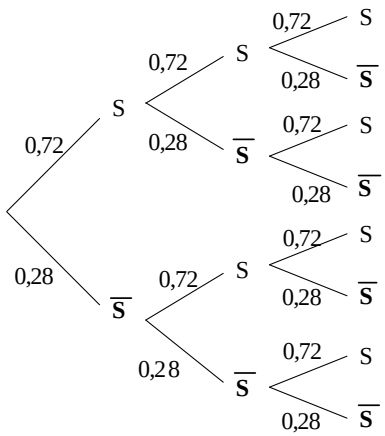
Donc, $p(A\cap S)=p(S)-p(G\cap S)-p(M\cap S)=0,72-0,24-0,18=0,3$.

c) On en déduit : $p_A(S)=\dfrac{p(A\cap S)}{p(A)}=\dfrac{0,3}{0,5}=0,6$

3) La probabilité que le client ait choisi la destination G sachant qu'il est satisfait est égale à : $p_S(G)=\dfrac{p(G\cap S)}{p(S)}=\dfrac{0,24}{0,72}=\dfrac{1}{3}$

4.Tirer un questionnaire est une épreuve de Bernoulli dont l'issue succès est S « Le client est satisfait » de probabilité $p(S)=0,72$.

Les tirages des trois questionnaires sont indépendants, il s'agit d'un schéma de Bernoulli. On peut traduire ce schéma de Bernoulli par l'arbre pondéré suivant :



D'où, la probabilité cherchée est : $p=p(\overline{S})^5=(1-p(S))^5=(1-0,72)^5=0,28^5=0,00172$.

Exercice n°2

1) On complète le tableau en calculant successivement : Le nombre d'enfants = 150-90=60.

Le nombre d'enfants ayant choisi la magie :50% des 60 enfants, soit 30 enfants
Le nombre d'adultes ayant choisi la magie : 20% des 90 adultes, soit 18 adultes
Le nombre d'enfants ayant choisi la photo : 10% des 60 enfants, soit 6 enfants
Les autres nombres sont obtenus par additions et soustractions

	Magie	Théâtre	Photo numérique	Total
Adultes	18	45	27	90
Enfants	30	24	6	60
Total	48	69	33	150

2) a) Si on note Ω l'ensemble des 150 personnes, par application de la formule du calcul des probabilités, en cas d'équiprobabilité, on établit que la probabilité que la personne appelée soit un enfant vaut :

$$p(\overline{A})=1-p(A)=1-\frac{90}{150}=\frac{60}{150}=\frac{2}{5}=0,4.$$

b) Sachant que « 27 adultes ont opté pour la photo numérique », sur un total de 90 adultes,la probabilité que la personne appelée ait choisi la photo sachant que c'est un adulte vaut $p_A(N)=\frac{27}{90}=\frac{3}{10}=0,3$

c) D'après le tableau, la probabilité que la personne appelée soit un adulte ayant choisi le théâtre vaut

$$p(A\cap T)=\frac{45}{150}=\frac{3}{10}$$

3) 1ère méthode : On lit « directement » dans le tableau que la probabilité que la personne appelée ait choisi la magie vaut $p(M)=\frac{48}{150}=\frac{8}{25}=0,32$

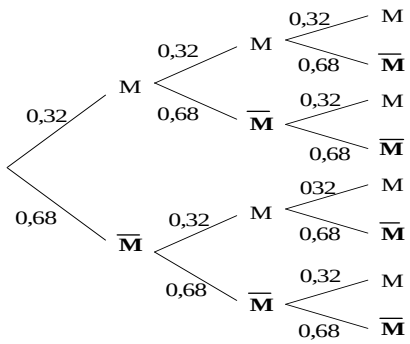
2ème méthode : Les événements A, $\overline{A}$ et M forment une partition de l'univers, Donc, d'après la formule des probabilités totales, on a : $p(M)=p(A\cap M)+p(\overline{A}\cap M)=\frac{18}{150}+\frac{30}{150}=\frac{48}{150}=0,32$

ou encore
$$p(M)=p(A\cap M)+p(\overline{A}\cap M)=p(A)\times p_A(M)+p(\overline{A})\times p_{\overline{A}}(M)$$
$$=\frac{90}{150}\times\frac{18}{90}+\frac{60}{150}\times\frac{30}{60}=\frac{18}{150}+\frac{30}{150}=\frac{48}{150}=0,32$$

4) On calcule $p_M(\overline{A})=\frac{p(A\cap M)}{p(M)}=\frac{30/150}{0,32}=0,625$. Le directeur du village **a tort** en affirmant qu'il y a deux chances sur trois pour que ce soit un enfant.

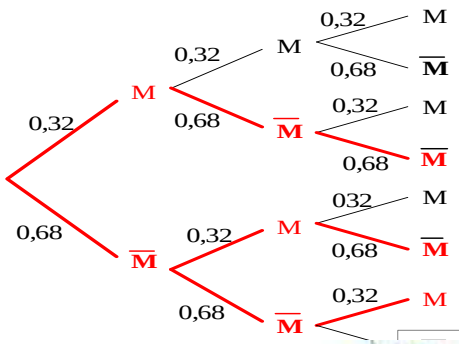
5. On répète successivement trois fois de manière indépendante une épreuve consistant à choisir une personne, et qui peut se solder par un succès (il a choisi la magie), de probabilité $p=0,32$, ou un échec, de probabilité $q=1-p=1-0,32=0,68$

On peut modéliser cette expérience par un arbre ou on note M le succès et $\overline{M}$ l'échec. On obtient :



Pour déterminer la probabilité qu'il y ait, parmi ces trois personne, exactement une personne ayant choisi la magie, il faut dénombrer le nombre de chemins de l'arbre répondant à cette possibilité, chacun de ces chemins ayant pour poids $0,32\times(0,68)^2$.

Il y a trois chemins répondant à cette possibilité : $(M;\overline{M};\overline{M})$, $(\overline{M};M;\overline{M})$ et $(\overline{M};\overline{M};M)$ (chemins surlignés sur l'arbre) :



La probabilité que le directeur choisisse parmi ces trois personnes, exactement une personne ayant choisi la magie vaut

$3\times 0,32\times(0,68)^2 \approx 0,44$ arrondie au centième.

Exercice 3

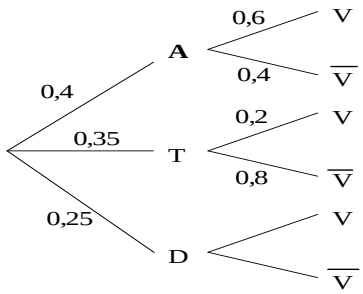
Un arbre pondéré pour résumer l'énoncé :

A l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles »

T l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons touristiques »

D l'événement « le client interrogé voyage pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques »

F l'événement « le client interrogé voyage en première classe ».



Si E et F sont deux événements, on note $p(E)$ la probabilité que E soit réalisé, et $p_F(E)$ la probabilité que E soit réalisé sachant que F est réalisé. D'autre part, on notera $\overline{E}$ l'événement contraire de E . $p(V)=0,4$; $p(\overline{V})=0,6$

1. 40% des clients utilisent la compagnie pour des raisons professionnelles : $p(A)=0,4$;
   35 % des clients utilisent la compagnie pour des raisons touristiques $p(T)=0,6$.
   Sur l'ensemble de la clientèle, 40% choisit de voyager en première classe : $p(V)=0,4$,
   60 % des clients pour raison professionnelles voyagent en première classe : $p_A(V)=0,6$;
   20 % des clients pour raison touristiques voyagent en première classe : $p_T(V)=0,2$

2.a. $p(A\cap V)=p_A(V)\times p(A)=0,6\times 0,4=0,24$.

b. $p(T\cap V)=p_T(V)\times p(T)=0,35\times 0,2=0,07$.

c. Les événements A , T , D et V forment une partition de l'univers, Donc, d'après la formule des probabilités totales, on a $p(V)=p(A\cap V)+p(F\cap V)+p(D\cap V)$. Or $D\cap V$ est l'événement : « que le client interrogé voyage en première classe et pour des raisons autres que professionnelles ou touristiques » d'où $p(D\cap V)=p(V)-p(A\cap V)-p(F\cap V)=0,4-0,24-0,07=0,09$.

3. La probabilité que le client interrogé voyage pour des raisons professionnelles sachant qu'il a choisi la première classe est : $p_V(A)=\dfrac{p(A\cap V)}{p(V)}=\dfrac{0,24}{0,4}=0,6$.

4. a. Notons V_n l'évènement : " au moins un de ces n clients voyage en seconde classe ",alors $\overline{V_n}$ représente l'évènement : " aucun des n clients voyage en seconde classe "
   On choisit n clients de cette compagnie aérienne d'une façon indépendante donc :
   $p(\overline{V_n})=\left(p(\overline{V})\right)^n=(1-0,6)^n=(0,4)^n$. $p_n=p(V_n)=1-p(\overline{V_n})=1-(0,4)^n$

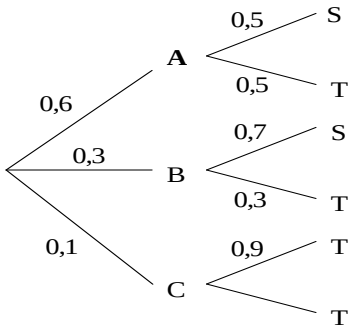
b. $p_n>0,9999\Rightarrow 1-(0,4)^n>0,9999\Rightarrow -(0,4)^n>-0,0001\Rightarrow (0,4)^n<0,0001$

$\ln(0,4)^n<\ln(0,000)=-\ln(100001)\Rightarrow n\ln(0,4)<-n\ln(100001)\Rightarrow n>\dfrac{-\ln(100001)}{\ln(0,4)}\approx 10,05$

le plus petit entier n pour lequel $p_n>0,9999$ est donc n = 11.

Exercice 4

Partie A : L'appareil a été utilisé pendant une semaine



1.Les événements S et T forment une partition de l'univers , puisque il n'y a que 2 issue possibles à la maintenance : soit l'installateur se déplace soit il effectue une assistance téléphonique .

S est l'événement « L'installateur se déplace » , donc on a $p(S)=0,6$.

Or $S\cap T=\varnothing$, puisque les événements S et T sont incompatibles .

Par conséquent $p(S)+p(T)=1$ et on a : $p(T)=1-p(S)=1-0,6=0,4$.

2. on cherche à calculer la probabilité conditionnelle « l'installateur se déplace

Sachant qu'il se trouve dans la situation C : $p_C(S)$: $p_C(S)=\dfrac{p(C\cap S)}{p(C)}$.

Calculons $p(C)$: on sait que les événements A, B et C forment une partition de l'univers puisque à l'issue De chaque semaine de fonctionnement , ce sont les trois seuls issues possibles .

$p(A)+p(B)+p(C)=1$ et par conséquent $p(C)=1-0,6-0,3=0,1$.

Les événements A, B , C et S forment une partition de l'univers, donc d'après le théorème des probabilités totales

On obtient $p(S)=p(A\cap S)+p(B\cap S)+p(C\cap S)$.

$p(C\cap S)=p(S)-p(A\cap S)-p(B\cap S)$. Or $p(A\cap S)=p_A(S)\times p(A)=0,5\times 0,6=0,3$ et

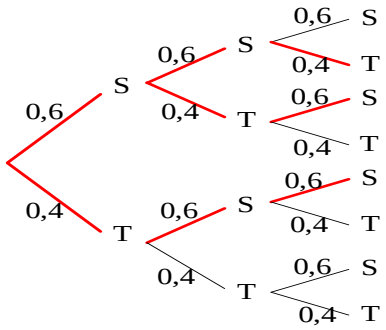
$p(B\cap S)=p_B(S)\times p(B)=0,7\times 0,3=0,21$ et enfin $p(C\cap S)=0,6-0,3-0,21=0,09$.

On déduit alors que $p_C(S)=\dfrac{p(C\cap S)}{p(C)}=\dfrac{0,09}{0,1}=0,9$.

3. On sait que l'installateur s'est déplacé . la probabilité que l'on ait été dans la situation B est $p_S(B)$.

En utilisant la formule de probabilité conditionnelle et on a : $p_S(B)=\dfrac{p(B\cap S)}{p(S)}=\dfrac{0,21}{0,6}=0,35$.

Partie B



1. on est en présence d'un schéma de Bernoulli , constitué de trois épreuves de Bernoulli indépendantes, chaque épreuve ayant deux Issues possibles .

L'installateur a effectué un déplacement $p=p(S)=0,6$

L'installateur a effectué une maintenance téléphonique $1-p=1-p(S)=1-0,6=0,4$.

On dénombre sur cet arbre 3 trajets conduisant à l'événement :

« l'installateur effectue exactement deux déplacement sur les trois semaines »

La probabilité cherchée est $p(d_2)=p(SST)+p(STS)+p(TSS)$

$p(d_2)=0,6\times0,6\times0,4+0,6\times0,4\times0,6+0,4\times0,6\times0,6=3\times0,4\times(0,6)^2=0,432$.

la probabilité que l'installateur ait à effectuer exactement deux déplacements sur les trois semaines est $0,432$

2. La loi de probabilité associée au nombre de déplacement à effectuer sur les trois semaines est une loi binomiale De paramètre $n=3$ et $p=0,6$.

Nombre de déplacement sur 3 semaines	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$p_0=C_3^0p^3(1-p)^0$ $p_0=0,4^3=0,064$	$p_1=C_3^1p^3(1-p)^1$ $p_1=3\times0,4^2\times0,6$ $p_1=0,288$	$p_2=C_3^2p^1(1-p)^2$ $p_2=3\times0,4\times0,6^2$ $p_2=0,432$	$p_3=C_3^3p^0(1-p)^3$ $p_3=0,4^0\times0,6^3$ $p_1=0,6^3=0,216$

b. L'espérance mathématique $E(X)$ de cette loi vaut : $E(X)=0\times0,064+1\times0,288+2\times0,432+3\times0,216=1,8$

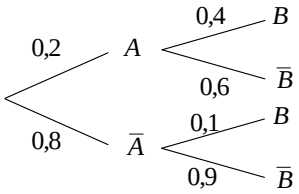
c. l'installateur effectue en moyenne sur 3 semaines : $1,8$ déplacements.

Le montant minimum du forfait doit donc égal à $1,8\times300=540€$.

L'installateur doit donc proposer un forfait de 540 dinars au minimum pour espérer rentrer dans ses frais .

Exercice 5

Partie I



1. A l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier », donc $p(A)=0,2$.

s'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à 0,4 : c'est-à-dire $p_A(B)=0,4$

s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,1 : c'est-à-dire $p_{\overline{A}}(B)=0,1$

a on complète d'abord l'arbre avec les données fournies ci-dessus :

b. on sait que la somme de probabilités issue d'un nœud est égale à 1 donc on a $p_A(\overline{B})+p_A(B)=1$ et $p_{\overline{A}}(\overline{B})+p_{\overline{A}}(B)=1$, d'où : $p_A(\overline{B})=0,6$ et $p_{\overline{A}}(\overline{B})=0,9$

2. on a : $p(A\cap B)=p(A)p_A(B)=0,2\times0,4=0,08$

3.Les événements A, $\overline{A}$, et B forment une partition disjointes de l'univers, donc d'après le théorème des probabilités totales. On obtient

$p(B)=p(A\cap B)+p(\overline{A}\cap B)=0,08+p(\overline{A})p_{\overline{A}}(B)=0,08+0,8\times0,1=0,16$.

4. on a $p_B(A)=\dfrac{p(B\cap A)}{p(B)}=\dfrac{0,08}{0,16}=0,5$

5. $p(A\cap B)=0,08$; $p(A)\times p(B)=0,2\times0,16=0,032$, les évènements A et B ne sont pas indépendants .

6. a. On a :

Pour une somme de 2 dinars	$p(\overline{A}\cap\overline{B})=p(\overline{A})p_{\overline{A}}(\overline{B})=0,8\times0,9=0,72$
Pour une somme de 10 dinars	$p(\overline{A}\cap B)=p(\overline{A})p_{\overline{A}}(B)=0,8\times0,1=0,08$
Pour une somme de 15 dinars	$p(A\cap\overline{B})=p(A)p_A(\overline{B})=0,2\times0,6=0,12$
Pour une somme de 20 dinars	$p(A\cap B)=p(A)p_A(B)=0,2\times0,4=0,08$

Somme reçue en euros s_i	2	10	15	200
Probabilité $p(S=s_i)$	0,72	0,08	0,12	0,08

b. L'espérance mathématique de cette loi de probabilité est $E(S)$ = 2×0,72+ 10×0,08+15× 0,12+20×0,08 = 5,64 .

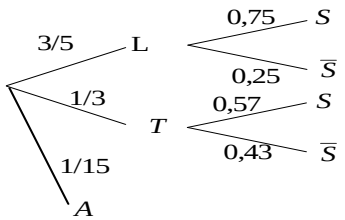
Le centre d'appel peut espérer recevoir en moyenne 5,64 dinars par appel. Pour 5 000 clients contactés, son espérance

de gain est de : 5000 × 5,64 = 28200 .La somme que le centre d'appel recevra de l'éditeur s'il parvient à contacter 5 000 lecteurs potentiels est estimée à 28 200 dinars.

Exercice 6

1. $3/5$ des annonces reçoivent une première enchère le lendemain de leur parution ; dans ce cas , 75 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final ; donc $p(L)=3/5$ et $p_L(S)=0,75$ .et on a : $p_L(\overline{S})=1-0,75=0,25$

$1/3$ des annonces reçoit une première enchère au bout de trois jours et, dans ce cas , 57 % des vendeurs sont satisfaits du prix de vente final de leur objet ; donc $p(T)=1/3$ et $p_T(S)=0,57$, donc $p_T(\overline{S})=1-0,57=0,43$.



Les autres annonces ne reçoivent aucune enchère et le vendeur retire alors son objet de la vente . Donc $p(A)=1-p(L)-p(T)=1-\frac{3}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1-9-5}{15}=\frac{1}{15}$.

2.La probabilité que l'annonce ait reçu une première enchère le lendemain de sa Parution et que le vendeur soit satisfait du prix de vente final est égale à $p(L\cap S)=p(L)p_L(S)=0,6\times0,75=0,45$.

3. la probabilité que le vendeur soit satisfait du prix de vente de son objet est égale à $p(S)$.

Or les événements L,T,A et S forment une partition disjointes de l'ensemble des annonces mise en ligne , donc, d'après la formule des probabilités totales , on a : $p(S)=p(L\cap S)+p(T\cap S)+p(A\cap S)$

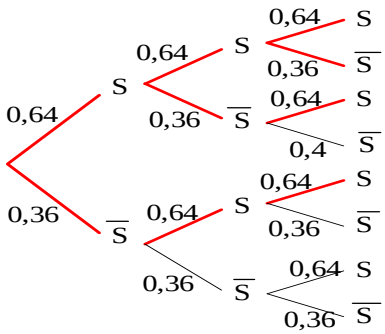
$p(S)=p(L\cap S)+p(T)\times p_T(S)+p(A)\times p_A(S)=0,45+(1/3)\times0,57+0=0,64$ ($p_A(S)=0$ puisque l'annonce est retiré de la vente).

4. un objet est vendu à un prix qui satisfait son vendeur , la probabilité que cet objet ait reçu une première enchère dés le lendemain de la parution de l'annonce est égale à

$$p_S(L)=\frac{p(S\cap L)}{p(S)}=\frac{0,45}{0,64}\approx0,70$$

5. La loi de probabilité associée à cette expérience est une loi binomiale de paramètre 3 (car il y a 3 jeux de mise en vente) est 0,64 puisque la probabilité que le vendeur soit satisfait est 0,64).

Représentons la situation par un arbre



L'événement « Marc soit satisfait du prix de vente final d'au moins deux de ces jeux vidéo » correspond aux chemins : $SS\overline{S}$; $S\overline{S}S$; $\overline{S}SS$ et SSS , donc la probabilité p de cet événement est :

$$p=3\times(0,64)^2\times0,36+(0,64)^2\approx0,70$$

Exercice 7

1. parmi les personnes qui entrent au magasin :

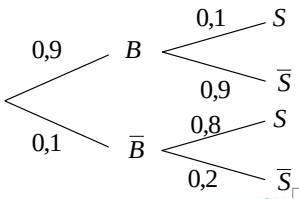
90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire , donc $p(B)=0,9$ et $p(\overline{B})=1-p(B)=1-0,9=0,1$.

90 % entrent dans le magasin avec ce bon publicitaire et pari elles , 10 % achètent un salon

Donc $p_B(S)=0,1$ et $p_B(\overline{S})=1-p_B(\overline{S})=1-0,1=0,9$.

Parmi les personnes qui entrent sans bon publicitaire, 80 % achètent un salon , donc $p_{\overline{B}}(S)=0,8$ et $p_{\overline{B}}(S)=1-p_{\overline{B}}(\overline{S})=1-0,8=0,2$.

L'arbre pondéré représentant la situation est



2. a. la personne n'achète pas de salon sachant qu'elle est venue avec un bon publicitaire se traduit par : $p_B(\overline{S}) = 1 - p_B(S) = 1 - 0,1 = 0,9$

b. la personne achète un salon se traduit par S . or S, B et $\overline{B}$ forment une partition de l'ensemble des personnes entrant dans le magasin ($S \cap B$ et $S \cap \overline{B}$ sont disjoints), donc d'après la formule des probabilités totales , on a

$p(S) = p(S \cap B) + p(\overline{B} \cap S) = p(B)\, p_B(S) + p(\overline{B})\, p_{\overline{B}}(S) = 0,9 \times 0,1 + 0,1 \times 0,8 = 0,17$

c. la personne est venue avec un bon publicitaire sachant qu'elle a acheté un salon se traduit par B sachant S

et on a : $p_S(B) = \dfrac{p(S \cap B)}{p(S)} = \dfrac{0,09}{0,17} \approx 0,53$

II

Soit X la variable aléatoire associée au bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant

X peut prendre les valeurs :

$\textit{bénéfice} = \textit{achète ou n'achète pas de salon} - \textit{bon publicitaire ou pas bon}$

Donc on a : $500 - 15 = 485$: la personne a un bon publicitaire et achète un salon .

$0 - 15 = -15$: la personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon.

$500 - 0 = 500$: la personne n'a pas un bon publicitaire et achète un salon

0 la personne n'a pas un bon publicitaire et n'achète pas un salon

Donc $X = \{-15; 0; 485; 500\}$

$p(X = -15) = p(B \cap \overline{S}) = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$p(X = 0) = p(\overline{B} \cap \overline{S}) = 0,1 \times 0,2 = 0,02$

$p(X = 485) = p(B \cap S) = 0,9 \times 0,1 = 0,09$

$p(X = 500) = p(\overline{B} \cap S) = 0,1 \times 0,8 = 0,08$.

La loi de probabilité du bénéfice réalisé par le magasin selon la situation de la personne entrant.

Situation de la personne entrant	La personne a un bon publicitaire et achète un salon	La personne a un bon publicitaire et n'achète pas un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et achète un salon	La personne n'a pas de bon publicitaire et n'achète pas un salon
Bénéfice réalisé par le magasin en euros	485	− 15	500	0
Probabilité	0,09	0,81	0,08	0,02

2. le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant est égal à l'espérance mathématique de la variable X

$E(X) = -15 \times 0,09 + 0 \times 0,02 + 485 \times 0,09 + 500 \times 0,08 = 71,5$

Le bénéfice moyen du magasin réalisé par personne entrant est de 75 dinars .

<u>Exercice 8</u>

1.a)On recherche $p(\overline{F})$ où F et $\overline{F}$ sont des événements contraires or d'après l'énoncé :

« 60 % des élèves sont des filles » donc $p(F) = \dfrac{60}{100} = \dfrac{3}{5}$. donc $p(\overline{F}) = 1 - p(F) = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$.

Donc $p(\overline{F}) = \dfrac{2}{5}$. Donc la probabilité que cet élève soit un garçon est $\dfrac{2}{5}$.

b)On recherche $p(F \cap A)$. Or d'après l'énoncé : « 40 % des filles fument » donc $p_F(A) = \dfrac{40}{100} = \dfrac{2}{5} = 0,4$

donc $p(F \cap A) = p_F(A) \times p(F) = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{25} = 0,24$. Donc $p(F \cap A) = \dfrac{6}{25} = 0,24$

Donc la probabilité que cet élève soit une fille qui fume est $\dfrac{6}{25}$.

c)On recherche $p(\overline{F} \cap A)$. Or d'après l'énoncé : « 30 % des garçons fument » donc

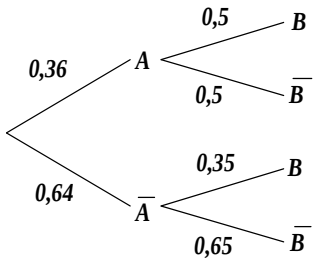
$p_{\overline{F}}(A) = \dfrac{30}{100} = \dfrac{3}{10} = 0,3$, donc $p(\overline{F} \cap A) = p_{\overline{F}}(A) \times p(\overline{F}) = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{25} = 0,12$.

Donc $p(\overline{F} \cap A) = \dfrac{3}{25} = 0,12$. Donc la probabilité que cet élève soit un garçon qui fume est $\dfrac{3}{25}$.

2.F et $\overline{F}$ forment une partition de l'univers, d'après les probabilités totales, on a :

$p(A) = p(F \cap A) + p(\overline{F} \cap A)$. $p(A) = \frac{6}{25} + \frac{3}{25} = \frac{9}{25} = 0,36$. Donc $p(A) = \frac{9}{25} = 0,36$.

Donc la probabilité que l'élève choisi fume est $\frac{9}{25}$.



3.a)Arbre de probabilités traduisant l'énoncé :

b)D'après l'énoncé : « Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument » donc $p_A(B) = \frac{1}{2}$; donc

$p(A \cap B) = p_A(B) \times p(A) = \frac{1}{2} \times \frac{9}{25} = \frac{9}{50} = 0,18 = p_A(\overline{B}) \times p(A) = p(A \cap \overline{B})$.

donc $p(A \cap B) = \frac{9}{50} = 0,18$. Donc la probabilité que l'élève choisi et ses parents fument est $\frac{9}{50}$.

c)On recherche $p(\overline{A})$ où A et $\overline{A}$ sont des événements contraires. Or $p(A) = \frac{9}{25}$; donc $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.

$p(\overline{A}) = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$. Donc $p(\overline{A}) = \frac{16}{25} = 0,64$.

On recherche $p_{\overline{A}}(B)$ .or d'après l'énoncé : « Parmi les élèves non fumeurs, 65 % ont des parents non fumeurs ». donc $p_{\overline{A}}(\overline{B}) = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$. donc $p_{\overline{A}}(B) = 1 - p_{\overline{A}}(\overline{B}) = 1 - \frac{13}{20} = \frac{7}{20}$ .Donc $p_{\overline{A}}(B) = 0,35$.

On a $p(\overline{A} \cap B) = p_{\overline{A}}(B) \times p(\overline{A}) = \frac{7}{20} \times \frac{16}{25} = \frac{28}{125} = 0,224$. La probabilité de choisir un élève qui ne fume pas ayant des parents fumeurs est $28/125$.

d)A et $\overline{A}$ forment une partition de l'univers, d'après les probabilités totales, on a :

$p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$. $p(B) = \frac{9}{50} + \frac{28}{125} = \frac{45}{250} + \frac{56}{250} = \frac{101}{250} = \frac{101}{250} = 0,18 + 0,224 = 0,404$.

La probabilité de choisir un élève ayant des parents fumeurs est $101/125$.

$p_B(A) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{9}{50} \div \frac{101}{250} = \frac{9}{50} \times \frac{250}{101} = \frac{45}{101} \approx 0,446$. $p_{\overline{B}}(A) = \frac{p(A \cap \overline{B})}{p(\overline{B})}$.

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - \frac{101}{250} = \frac{149}{250} = 0,596$. $p_{\overline{B}}(A) = \frac{p(A \cap \overline{B})}{p(\overline{B})} = \frac{9}{50} \div \frac{149}{250} = \frac{9}{50} \times \frac{250}{149} = \frac{45}{149} \approx 0,302$.

Un élève qui a des parents fumeurs a donc plus de chance de se mettre à fumer qu'un élève qui a des parents non-fumeurs.

Exercice 9

- quand il y a eu un faux départ au premier signal, la probabilité qu'il y ait de nouveau un faux départ au deuxième signal est de 0,05
- il n'y a jamais de faux départ au troisième signal. On admet que les départs sont indépendants les uns des autres.

1°) On peut représenter ces données par un arbre de probabilités.

2°) pour qu'il y a ait exactement un faux départ , il n'y a qu'un seul cas :
il faut avoir F_1 suivi de non(F_2)/ F_1 avec une probabilité de 0,2 × 0,95 = 0,19

3°) Soit X le nombre de faux départs. Alors les valeurs prises par X sont 0 ou 1 ou 2.
La loi de probabilité de X est entièrement déterminée par la connaissance de
P([X = 0]), P([X =1]) et P([X = 2]),
P([X = 0]) = 0,8
P([X = 1]) = 0,19
P([X = 2]) = P(F_1) × P(F_2/ F_1) = 0,2 × 0,05 = 0,01
P("il y au moins un faux départ") = 1 - P(X = 0) = 1 - 0,8 = 0,2 = 20 %

4°) Lors d'un quart de finale au 200 m, on fait courir les athlètes en quatre séries indépendantes, soit quatre épreuves. On est en présence d'un schéma de Bernoulli : 4 épreuves répétées et indépendantes. Au cours de chaque épreuve, on appelle succès le fait de ne pas avoir de faux départ au premier signal ce qui se passe avec une probabilité p = 0,8
Alors le nombre de succès X suit la loi binomiale B(4 ; 0,8)
la probabilité qu'il y ait exactement trois séries sans faux départ au premier signal lors de ce quart de

finale es $p(X=3)=C_4^3\times(0,8)^3\times(1-0,8)^1=0,4096$

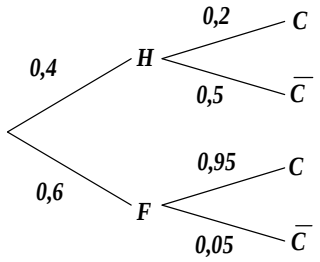
Exercice 10

1. 40 % des membres sont des hommes donc $p(H)=\frac{40}{100}=0,4$ (donc $p(F)=1-p(H)=1-0,4=0,6$

Parmi les femmes , membre de ce club, seulement 5 % ne sont pas inscrites aux cours collectifs

Donc : $p_F(\overline{C})=\frac{5}{100}=0,05$. et $p_F(C)=1-p_F(\overline{C})=1-0,05=0,95$.

L'arbre pondéré représentant la situation est :



2 .a. $p(F\cap C)=p_F(C)\times p(F)=0,6\times0,95=0,57$

b. $C=C\cap(F\cup H)=(C\cap F)\cup(C\cap H)$ Les événements $C\cap F$ et $C\cap H$ sont incompatibles et forment une partition incompatible de l'ensemble de personnes , donc , d'après la formule des probabilité totales , on a :

$p(C)=p(C\cap F)+p(C\cap H)$; or $p(C)=0,65$, puisque 65 % des membres sont inscrits aux cours collectifs

Donc $p(C\cap H)=p(C)-p(C\cap F)=0,65-0,57=0,08$.

c. On tire la fiche d'un homme, la probabilité que celui-ci soit inscrit aux cours collectifs est égale à $p_H(C)$.

$$p_H(C)=\frac{p(H\cap C)}{p(H)}=\frac{0,08}{0,4}=0,2$$

d. voir l'arbre ci-dessus

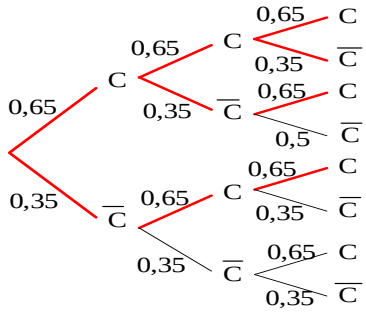
3. on choisit au hasard une fiche d'un membre non inscrit aux cours collectifs . la probabilité que ce soit celle d'un homme est égale à $p_{\overline{C}}(H)$ et on a : $p_{\overline{C}}(H)=\frac{p(H\cap\overline{C})}{p(\overline{C})}=\frac{0,32}{0,35}=0,91$

($p(\overline{C})=1-p(C)=1-0,65=0,35$ et $p(H\cap\overline{C})=p_H(\overline{C})\times p(H)=0,8\times0,4=0,32$).

4. les cartes des clients sont indépendantes.

Le choix d'une carte est une expérience à deux issues : C de probabilité 0,65 et $\overline{C}$ de probabilité 0,35

On fait 3fois cette expérience donc on obtient un schéma de Bernoulli :



L'événement « au moins une des fiches est celle d'un membre Non inscrit aux cours collectifs » est l'événement contraire de « aucune des fiches n'est celle n'est celle d'un membre non inscrit Aux cours collectif », c'est- à dire « toutes les fiches sont celles de membres inscrits au cours ».

L'événement « toutes les fiches sont celles de membres inscrits au cours » correspond au chemin CCC donc la probabilité de cette événement est $0,65^3$.

Donc la probabilité de l'événement : « au moins une des fiches est celle d'un membre non inscrit aux cours collectifs » est $1-0,65^3\approx0,73$

Exercice 11

avec les données et la notation de l'énoncé , on a :

95 % des téléviseurs fabriqués par une entreprise sont en état de fonctionnement signifie que $p(F)=0,95$;

un appareil est en état de fonctionnement, il est accepté dans 96 % des cas à l'issue du test : $p_F(T)=0,96$

et un appareil n'est pas en état de fonctionnement, il est néanmoins accepté dans 8 % des cas à l'issue du test : $p_{\overline{F}}(T)=0,08$.

1.l'événement : « le téléviseur n'est pas en état de fonctionnement » est l'événement $\overline{F}$ contraire de l'événement F . On a donc $p(\overline{F})=1-p(F)=1-0,95=0,05$.

2. a. $p(F)=0,95\neq0$, donc on a d'après la formule de probabilité conditionnelle : $p_F(\overline{T})=\frac{p(\overline{T}\cap F)}{p(F)}$

Or $F=F\cap(T\cup\overline{T})=(F\cap T)\cup(F\cap\overline{T})$.Les événements $F\cap T$ et $F\cap\overline{T}$ sont incompatibles et forment une partition disjointe de l'univers .Donc $p(F)=p(F\cap T)+p(F\cap\overline{T})$, et $p(F\cap\overline{T})=p(F)-p(F\cap T)$. Mais $p(T\cap F)=p_F(T)\times p(F)=0,96\times0,95=0,912$, donc

$p(F\cap\overline{T}) = p(F) - p(F\cap T) = 0,95 - 0,912 = 0,038$,

b. donc on a d'après la formule de probabilité conditionnelle : $p_F(\overline{T}) = \dfrac{p(\overline{T}\cap F)}{p(F)}$, donc on a :

$$p_F(\overline{T}) = \frac{p(\overline{T}\cap F)}{p(F)} = \frac{0,038}{0,95} = 0,04 .$$

c. d'après la formule de probabilité conditionnelle : $p(\overline{T}\cap\overline{F}) = p_{\overline{F}}(\overline{T})\times p(\overline{F})$,mais d'après la loi des nœuds on a : $p_{\overline{F}}(\overline{T}) = 1 - p_F(T) = 1 - 0,08 = 0,92$ .donc $p(\overline{T}\cap\overline{F}) = p_{\overline{F}}(\overline{T})\times p(\overline{F}) = 0,92\times 0,05 = 0,046$.

3.l'événement « le téléviseur est refusé à l'issue du test » est noté $\overline{T}$.

$\overline{T} = \overline{T}\cap\left(F\cup\overline{F}\right) = \left(F\cap\overline{T}\right)\cup\left(\overline{F}\cap\overline{T}\right)$ puisque les événements $F\cap T$ et $F\cap\overline{T}$ sont incompatibles et forment une partition disjointe de l'univers, on a donc

$p(\overline{T}) = p(F\cap\overline{T}) + p(\overline{F}\cap\overline{T}) = 0,038 + 0,046 = 0,084$.

4. la probabilité pour qu'un téléviseur soit en état de fonctionnement sachant qu'il est refusé à l'issue du test est notée $p_{\overline{T}}(F)$, or d'après la formule du cours on a : $p_{\overline{T}}(F) = \dfrac{p(F\cap\overline{T})}{p(\overline{T})} = \dfrac{0,038}{0,084} = 0,452$.

Exercice 12

1. La fréquence de vente du modèle *B* est : $\dfrac{166937}{283048} \approx 0,590$ à 10^{-3} près

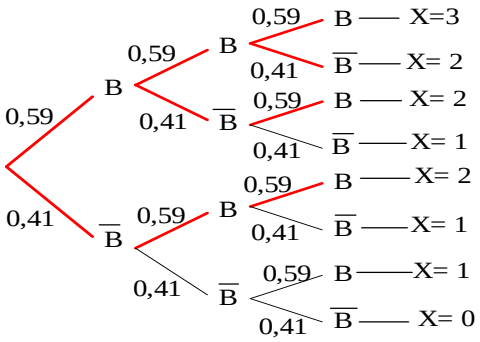
Soit B l'événement " le client choisit le modèle *B*"

La probabilité de B est la fréquence de vente du modèle donc **p(B) = 0,590**

2. L'événement " le client ne choisit pas le modèle *B*" est l'événement contraire de B.

$p(\overline{B}) = 1 - p(B)$ donc $p(\overline{B}) = 0,410$

3. a Trois clients achètent un véhicule dans la catégorie "petites voitures", leur choix se fait de façon indépendante. Pour chacun des acheteurs, on s'intéresse à la réalisation ou non de l'événement B. Il s'agit donc d'un schéma de Bernouilli. On peut traduire ce schéma par un arbre:



b. **X est la variable aléatoire** donnant le nombre de clients parmi les trois qui achètent le modèle *B*.

Les valeurs prises par la variable X sont 0, 1, 2 ou 3.

***** $P(X = 0) = P(\overline{B}) * P(\overline{B}) * P(\overline{B}) = 0,410^3 = 0,069$

***** L'événement (X=1) est réalisé trois fois dans l'arbre avec les branches $B\overline{B}\overline{B}$; $\overline{B}B\overline{B}$ et $\overline{B}\overline{B}B$ donc

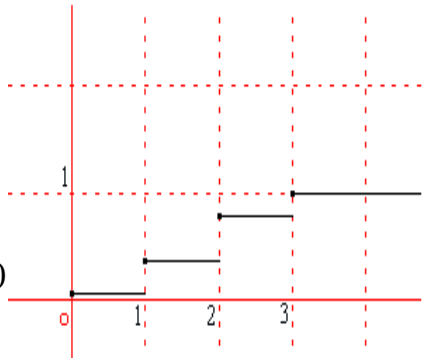
$p(X = 1) = 3 * p(B) * p(\overline{B}) * p(\overline{B}) = 3 * 0,590 * 0,410^2 = 0,298$

***** L'événement (X=2) est réalisé trois fois dans l'arbre avec les branches $B\overline{B}B$; $\overline{B}BB$ et $BB\overline{B}$ donc:

$p(X = 2) = 3 * p(B) * p(B) * p(\overline{B}) = 3 * 0,590^2 * 0,410 = 0,428$

***** L'événement (X=3) est réalisé une fois dans l'arbre et $p(X=3) = p(B)^3 = 0,590^3 = 0,205$

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$	0,069	0,298	0,428	0,205



3b. Soit E(X) l'espérance mathématique de X

$E(X) = 0 \times 0,069 + 1 \times 0,298 + 2 \times 0,428 + 3\times 0,205 = 1,769$

4. Soit F la fonction de répartition de X F est définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = p(X \le x)$

a) si $x < 0$, $F(x) = 0$

b) si $0 \le x < 1$, $F(x) = p(X = 0)$:

F(x) = 0,069

c) si $1 \le x < 2$, F(x) = p(X =0)+ P(X=1) : F(x) = 0,367

d) si $2 \le x < 3$, F(x) = p(X = 0) + P(X=1) +P(X=2) : F(x) = 0,795

e) si $x \ge 3$, : F(x) = 1

Soit E l'événement " au plus deux clients sur les trois achètent un véhicule du modèle B ?

$p(E) = p(X \ge 2) = F(2) = 0{,}795.$

La probabilité qu'au plus deux clients sur les trois achètent un véhicule du modèle B est 0,795.

Exercice 13

Partie A :

1. Il y a $25 \times \frac{48}{100} = 12$ élèves qui ont 11 ans, $25 \times \frac{1}{5} = 5$ élèves qui ont 13 ans et $25 - 12 - 8 = 8$ élèves qui ont12 ans. Il y a $15 \times \frac{2}{3} = 10$ élèves de 11 ans qui ont un cartable et $12 - 10 = 2$ élèves qui ont un sac à dos.

Il y a $25 - 15 = 10$ élèves qui ont un sac à dos, et $10 \div 2 = 5$ élèves de 12 ans qui ont un sac à dos

Il reste donc 3 élèves de 12 ans qui ont un cartable.

On trouve sans peine qu'il y a $10 - 2 - 5 = 3$ élèves de 13 ans qui ont un sac à dos et $5 - 3 = 2$ élèves de 13 ans qui ont un cartable.

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans	2	10	12
12 ans	5	3	8
13 ans	3	2	5
Total	10	15	25

2.a. Le tableau nous indique qu'il y a 15 élèves sur 25 qui possèdent un sac à dos et comme il y a équiprobabilité on a $p(S) = \frac{10}{25} = 0,4$

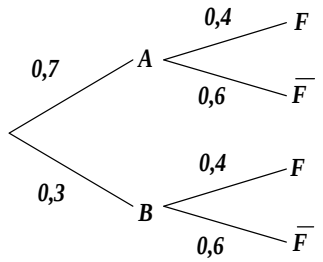
b. Le tableau nous indique qu'il y a 2 élèves de treize ans qui possèdent un cartable et comme il y a équiprobabilité on a $p(C \cap T) = \frac{2}{25} = 0,08$

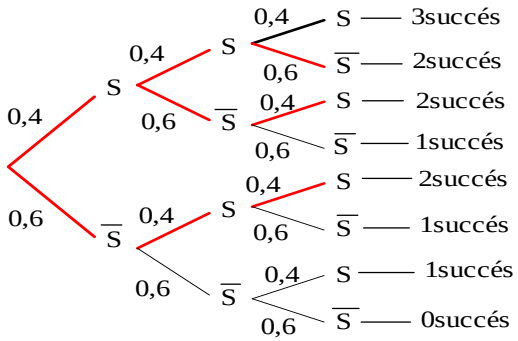
3. Il y a répétition d'expériences aléatoires de façon indépendante, on a donc une loi binomiale

Il y a 3 chemins de même probabilité qui correspondent à 2 succès donc

$P(X = 2succès) = 3 \times (0,4)^2 \times 0,6 = 0,288$

Partie B :





F étant indépendant de A et de B, on a :

$p_A(F) = p_B(F) = p(F) = 0,4$

2. car B et F sont indépendants $p(A \cap F) = p(B) \times p(F) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$. La probabilité qu'un élève ait pris le contrat B et soit adhérent du foyer est donc de 0,12

3. a. Il y a 4 évènements élémentaires :

- A et $\overline{F}$ qui correspond à un coût de 20 dinars
- A et F qui correspond à un coût de 20 dinars +15 dinars = 35 dinars
- B et $\overline{F}$ qui correspond à un coût de 30 dinars
- B et F qui correspond à un coût de 30 dinars +15 dinars = 45 dinars

b. On a $X = \{20 ; 30 ; 35 ; 45\}$

- $p(X=20)=p(A\cap\overline{F})=p(A)\times p_A(\overline{F})=0,7\times 0,6=0,42$
- $p(X=35)=p(A\cap F)=p(A)\times p_A(F)=0,7\times 0,4=0,28$
- $p(X=30)=p(B\cap\overline{F})=p(A)\times p_B(\overline{F})=0,3\times 0,6=0,18$
- $p(X=45)=p(B\cap F)=p(A)\times p_B(F)=0,3\times 0,4=0,12$

On a donc :

X	20 dinars	30 dinars	35 dinars	45 dinars	Total
p_i	0,42	0,18	0,28	0,12	1

c) $E(X)=\sum_{i=1}^{i=4} p_i x_i$, donc $E(X)=0,42\times 20+0,18\times 30+0,28\times 35+0,12\times 45=29$.

L'espérance est de 29dinars, on peut donc dire que l'inscription d'un élève coûte en moyenne 29 dinars